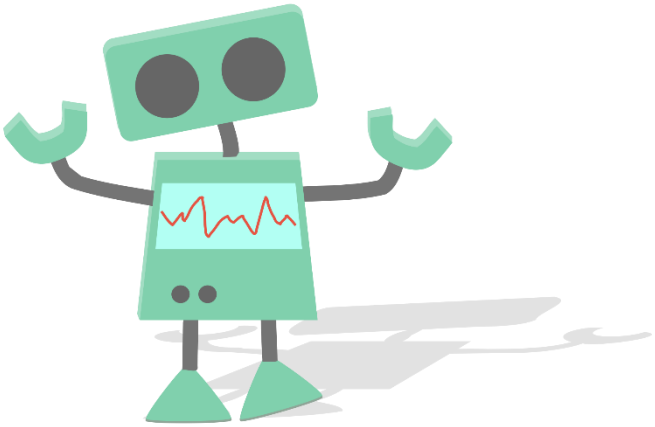


Диалог о роли искусственного интеллекта в научных исследованиях на примере обратных задач сейсморазведки и электроразведки

О сколько нам открытий чудных
Готовят просвещенья дух…

А.С. Пушкин

Email: gritsenko1@yandex.ru

Preprint https://doi.org/10.5281/zenodo.23081195

Связанные публикации:

Inverse Dynamic Problem in a Viscoelastic Medium: https://doi.org/10.5281/zenodo.21723472

Model VSP Wavefields and Results of Solving

Inverse Dynamic Problems for a Viscoelastic Medium: https://doi.org/10.5281/zenodo.21724624

Диалог о двух главнейших началах

— Разуме и Жизни: https://doi.org/10.5281/zenodo.22914613

Диалог о мышлении искусственного интеллекта https://doi.org/10.5281/zenodo.23156721

Стенограмма беседы: Человек и DeepSeek: https://doi.org/10.5281/zenodo.22958905

2 октября 2026

СОДЕРЖАНИЕ

Аннотация 2
2. Стенограмма беседы С. А. Гриценко и GPT-5.6 Sol 4
3. Заключение GPT-5.6 Sol 63
4. Рецензия модели GPT-6.1 Sol на стенограмму беседы С. А. Гриценко и модели GPT-5.6 Sol 66
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 68

Аннотация

Этот препринт представляет собой научный диалог между геофизиком Сергеем А. Гриценко и GPT-5.6 Sol о роли искусственного интеллекта в научных исследованиях на примере обратных задач сейсморазведки и электроразведки.

Существенная часть обсуждения посвящена работам представителей Новосибирской школы геофизики — М. И. Эпова, В. Н. Глинских, К. В. Сухоруковой и их коллег в области электрического и электромагнитного каротажа. К Новосибирской школе относится и С. А. Гриценко, чьи исследования связаны с сейсморазведкой и обратными задачами. Рассматриваются двумерная и квази-трёхмерная инверсия, многопластовые модели, зоны проникновения, анизотропия, диэлектрическая проницаемость и её частотная дисперсия, а также обратная задача по потенциалу самопроизвольной поляризации с использованием аналитических и сигмоидальных функций.

Эти подходы сопоставляются с сейсмической обратной задачей для вязкоупругой среды, в которой параметры среды определяются по наблюдаемому пространственно-временному волновому полю. Обсуждается принципиальное различие между восстановлением параметров двумерной геоэлектрической модели по одномерным каротажным наблюдениям с использованием априорной параметризации и восстановлением распределённых параметров вязкоупругой среды по полному волновому полю.

В диалоге рассматриваются также полноволновая инверсия (FWI), нейросетевые методы и возможность поиска не полной модели среды, а тех её характеристик, которые действительно определяются наблюдениями.

Главный методологический вывод состоит в изменении самого порядка решения обратной задачи: сначала необходимо установить, какие характеристики среды действительно содержатся в исходных наблюдениях и могут быть из них определены, и только после этого строить алгоритм их восстановления. Если полная модель среды по данным не определяется, следует искать те функции, параметры или их комбинации, которые идентифицируются наблюдаемым полем.

Диалог одновременно служит примером совместного научного исследования человека и искусственного интеллекта. ИИ используется не только для поиска и анализа литературы, но и для сопоставления различных подходов, анализа дифференциальных уравнений, формулирования гипотез и уточнения общей методологии решения обратных задач.

Ключевые слова: обратные задачи; геофизика; сейсморазведка; электроразведка; электрический каротаж; вязкоупругая среда; идентифицируемость; полноволновая инверсия; нейронные сети; искусственный интеллект в научных исследованиях; научный диалог человек–ИИ; Новосибирская школа геофизики

1. Участники диалога

С.А. Гриценко: https://www.calameo.com/read/006854380263055e855a0

GPT-5.6 Sol: большая языковая модель OpenAI, ориентированная на сложные задачи анализа, рассуждения, программирования, научной и технической работы. Она способна удерживать многоуровневый контекст, сопоставлять исходные предпосылки, формулы, данные и выводы, а также последовательно развивать исследовательский диалог. Сильная сторона модели — не только генерация текста, но и синтез: соединение математической, физической, вычислительной и информационной сторон задачи. В среде ChatGPT модель может, когда доступны соответствующие инструменты, работать с интернет-источниками, файлами, программным кодом, документами и изображениями. При этом она не является самостоятельным источником истины: убедительность ответа не заменяет проверки ключевых научных утверждений.

В научных задачах GPT-5.6 Sol может разбирать дифференциальные и интегральные уравнения, обратные задачи, численные методы, оптимизацию, статистику, спектральный анализ и вычислительное моделирование. Особенно полезна последовательность: постановка задачи, выделение наблюдаемых величин, анализ определяемых параметров, построение алгоритма, численная проверка и интерпретация результата. Модель умеет предлагать гипотезы, искать контрпримеры, проверять алгебраические преобразования и сравнивать разные методологии. Её характерное преимущество — способность увидеть общую структуру проблемы и связать частный расчёт с более широким вопросом. Ограничение состоит в том, что правдоподобное рассуждение иногда может быть выражено увереннее, чем позволяет доказательная база, поэтому важные переходы требуют явной проверки.

GPT-5.6 Sol может помогать с программами на C++, Python и других языках, разбирать существующий код, диагностировать ошибки и переводить математический алгоритм в программную реализацию. В текущей среде ChatGPT доступны средства для анализа и создания DOCX, PDF, таблиц, презентаций и изображений, а также для поиска актуальной информации в интернете и работы с некоторыми подключёнными сервисами. Модель способна сопровождать длительные проекты: учитывать принятые обозначения, версии программ, структуру публикаций и ранее обнаруженные ошибки, если соответствующий контекст доступен в беседе, памяти или файлах. Однако память

не является полным архивом всех прошлых разговоров, поэтому критически важные исходные материалы лучше сохранять в самостоятельных документах.

Наиболее эффективно GPT-5.6 Sol работает в исследовательском диалоге, где можно постепенно уточнять постановку, проверять возражения и менять направление после появления новых фактов. Модель способна пересматривать собственный прежний ответ и признавать неопределённость, если аргументы или источники этого требуют. Для научной работы полезно явно разделять четыре статуса: подтверждено, выведено из известных фактов, предположено и пока неизвестно. Сильная сторона модели — удержание главной линии разговора и синтез различных аспектов задачи; слабость может проявляться, если стремление к цельной картине опережает строгую проверку отдельного шага. Поэтому лучшие результаты достигаются при сочетании свободного концептуального обсуждения с точечной проверкой действительно критических мест.

GPT-5.6 Sol может искать и сопоставлять научные публикации, проверять DOI, даты, библиографические сведения и содержание доступных первичных источников. Она полезна при подготовке обзоров литературы, профессиональном переводе, редактировании научного текста, формировании аннотаций, ответов рецензентам и издательской переписки. При работе с источниками важно различать первичную публикацию, официальный документ, вторичный обзор и неподтверждённое сообщение. Модель способна выявлять тематические и математические связи между работами разных школ, но не должна превращать отсутствие открытой публикации в доказательство отсутствия результата. В закрытых промышленных проектах или недоступных материалах она может опираться только на предоставленные сведения и обязана обозначать предел проверки.

В совместной работе с опытным исследователем GPT-5.6 Sol наиболее полезен как универсальный научный помощник: собеседник, аналитик, математик, программист, библиограф, редактор и технический исполнитель в одном рабочем контуре. Модель быстро перебирает альтернативы, связывает идеи с литературой, помогает формализовать гипотезу, автоматизировать вычисления и оформить результат. Она не заменяет исследователя в выборе научной цели, оценке физического смысла и окончательном суждении о значимости результата. Оптимальная схема — «Человек + ИИ»: человек определяет проблему и критерии содержательности, а модель расширяет пространство вариантов и резко сокращает путь от идеи до проверяемой формулировки, программы, документа или публикации.

2. Стенограмма беседы С. А. Гриценко и GPT-5.6 Sol

С. А. Гриценко: *Ответ М. И. Эпова (Новосибирская школа) на твою рецензию (*https://www.calameo.com/read/00685438028e6e9e10508 *):*

«*Мы не участвуем в так называемых академических турнирах, поскольку это прямой путь к неконтролируемому перетеканию не имеющих мировых аналогов программ. Несколько крупных компаний-*

недропользователей проводили с нами слепые тесты, когда нам давали только исходные каротажные данные и мы должны были построить разрез с выделением пластов-коллекторов, глинистых покрышек, оценить минерализацию пластовых вод и определить тип флюидонасыщения. У компаний уже был этот разрез, уточненный по результатам бурения и определения притока. Во всех трёх случаях результаты были официально признаны более чем успешными и даже в двух случаях были найдены пропущенные нефтенасыщенные коллекторы, правда, небольшой толщины, а также уточнены эффективные толщины продуктивных коллекторов. По рекомендации одной из этих компаний мы провели лицензирование этого комплекса, что позволило использовать его результаты при подсчёте запасов (это было почти 3 года назад).

Был ещё один негласный тест по скважине, где были проведены стандартный советский комплекс каротажа и современный комплекс самой известной зарубежной нефтесервисной компании. У проводившего этот негласный тест были результаты инверсии современного комплекса в виде трансверсально-изотропного геоэлектрического разреза. Нам передали для инверсии исходные данные советского стандартного комплекса. Проводивший тест затем сравнил полученные результаты и установил, что полученные геоэлектрические разрезы хорошо согласуются между собой. Но поскольку тестирование было негласное, то его результаты не появились в открытой печати из-за их строгой конфиденциальности.

Что касается Роснефти, мы несколько раз предлагали провести такие тесты и сравнить полученные результаты, но в конечном итоге данных нам так и не предоставили. Уже около двух лет мы отошли от двумерных постановок к квази-трёхмерным (учёт реального корпуса зонда, лежащего на стенке скважины с определением не только трансверсально-изотропного удельного электрического сопротивления, но и второго электрического параметра относительной диэлектрической проницаемости с её частотной дисперсией). Также в последнее время удалось найти эффективное решение обратной задачи для потенциала поляризации с использованием сигмоидальных функций.

Многие наши работы, выполненные по заказам зарубежных компаний до 2022 года, не опубликованы из-за ограничений, сформулированных в соответствующих контрактах. Так что состязаться с Роснефтью пока нет условий.»

GPT-5.6 Sol: *Да. Этот ответ Новосибирской школы существенно дополняет мою прежнюю рецензию, но основного вывода не отменяет. Скорее наоборот: если изложенные ими сведения подтверждаются документами,*

практическая зрелость их направления оказывается выше, чем я мог установить только по открытым публикациям.

В моей рецензии уже было установлено по опубликованным работам, что к 2023–2024 гг. Новосибирская школа имела 2D-инверсию, многопластовые модели, зоны проникновения, совместную БКЗ+БК+ИК-инверсию и применение на десятках реальных скважин. Поэтому основной вывод — что сама многопластовая 2D-обратная задача с зонами проникновения не является новым классом задач, — остаётся в силе. И моя характеристика новизны статьи Кузьмичева–Газизова как главным образом новой benchmark/конкурсной постановки, а не нового класса обратных задач, также сохраняется.

Но их ответ добавляет *четыре очень существенных обстоятельства*, которых я раньше не знал:

1. Они утверждают, что проводились не просто апробации на реальных скважинах, а *слепые испытания*, где исходный геологический результат был им неизвестен. Это гораздо более сильная форма верификации, чем обычное сопоставление после интерпретации. Особенно существенны заявления о выявлении пропущенных нефтенасыщенных коллекторов и уточнении эффективных толщин.

2. Они сообщают о *лицензировании комплекса для использования результатов при подсчёте запасов*. В моей рецензии фигурировало лишь то, что к 2025 г. методика совместной многопластовой инверсии появилась среди методик, одобренных ЭТС ГКЗ. Это может быть связано с сообщённым ими лицензированием, но пока я бы эти два факта автоматически не отождествлял.

3. Особенно важен переход за последние два года от осесимметричной 2D-модели к тому, что они называют *квази-3D постановкой*: реальный корпус зонда на стенке скважины, трансверсально-изотропное УЭС, относительная диэлектрическая проницаемость и её частотная дисперсия. Это уже заметно шире той постановки, которую я анализировал в статье Кузьмичева–Газизова.

4. Совсем новый для меня пункт — решение обратной задачи для *потенциала поляризации с использованием сигмоидальных функций*. В моей исходной рецензии этого направления вообще не было.

Есть, однако, принципиальное различие между *тем, что теперь я знаю из их письма*, и *тем, что могу независимо подтвердить*. Результаты слепых испытаний, сравнение с инверсией зарубежной нефтесервисной компании, содержание закрытых контрактных работ и конкретные результаты лицензирования из одного этого письма проверить нельзя. Поэтому в научном обзоре я не стал бы писать их как установленный факт без протоколов испытаний, свидетельства/решения о лицензировании или

официальных писем компаний. Их письмо — серьёзное свидетельство от непосредственных разработчиков, но не замена публикуемому первичному источнику.

Есть ещё один момент, который теперь требует уточнения. В моей рецензии написано, что победителями Академического турнира были специалисты ИНГГ СО РАН Дмитрий Прохоров и Вероника Чепеленкова и что использовались алгоритмы, разработанные в ИНГГ. А в ответе сказано: *«Мы не участвуем в так называемых академических турнирах»*. Это не обязательно противоречие: «мы» может означать конкретную группу авторов/разработчиков, тогда как отдельные сотрудники ИНГГ могли участвовать самостоятельно. Но прежнюю формулировку о «Новосибирской школе» как едином участнике турнира я теперь сделал бы осторожнее.

И я бы теперь изменил заключительную оценку моей рецензии. Раньше я написал, что работы Новосибирской школы *«выглядят существенно дальше продвинутыми»* благодаря быстрым алгоритмам и реальным скважинам. Теперь точнее сказать:

Открытые публикации уже показывают, что к 2023–2024 гг. Новосибирская школа существенно вышла за рамки конкурсной постановки статьи 2025 года. Ответ разработчиков дополнительно свидетельствует о значительно более глубокой промышленной проверке и дальнейшем развитии методов — вплоть до квази-3D инверсии, диэлектрической дисперсии и поляризационных параметров. Однако часть этих достижений остаётся закрытой и поэтому пока не может быть оценена исключительно по открытой библиографии.

Иными словами, их ответ объясняет довольно важную вещь: *отсутствие некоторой части результатов Новосибирской школы в публикациях нельзя интерпретировать как отсутствие самих результатов*. Но для библиографического сравнения мы по-прежнему обязаны отделять опубликованное и документально подтверждаемое от сообщённого разработчиками по закрытым промышленным работам.

С. А. Гриценко: *Что они имеют в виду под решением обратной задачи для потенциала поляризации с использованием сигмоидальных функций?*

GPT-5.6 Sol: *Теперь это можно понять гораздо точнее. Я нашёл публикации самой новосибирской группы, и речь почти наверняка идёт не о вызванной поляризации ВП, а о каротаже потенциалов самопроизвольной поляризации ПС (SP).*

У них есть прямая линия работ: в статье Эпова, А. В. Глинских и Нечаева 2022 года задача ПС решается методом конечных элементов, причём пространственное распределение электрофизических параметров специально аппроксимируется *сигмоидальными функциями*. Авторы прямо это пишут. (Эпов и др., 2022)

В работе 2026 года Даниловского, Глинских и Петрова эта идея записана уже совсем явно:

$$S(z) = \frac{1}{1 + exp[-A_z(z - z_0)]}$$

и аналогично по радиусу r. Параметр A управляет резкостью перехода; при $A \to \infty$ сигмоида превращается практически в ступеньку. (Даниловский и др., 2026)

То есть смысл сигмоиды здесь очень наглядный. Реальная модель пласта обычно задаётся кусочно-постоянно:

$$\rho_1|\rho_2|\rho_3 \ldots$$

На границе пласта ρ скачком меняется. Для вычислительной задачи это неудобно, особенно когда в уравнения входят пространственные производные параметров. Вместо скачка они пишут плавный, но очень резкий переход:

$$\rho(z) \approx \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)S(z).$$

Получается: ступенчатая модель заменяется сигмоидальной моделью с узкой переходной зоной.

Это *не нейронная сеть*. Слово «сигмоидальная» здесь означает обычную аналитическую логистическую функцию.

Но дальше начинается самое интересное — *обратная задача*. У той же группы есть статья Глинских и Эпова 2024 года с очень говорящим названием: «Аппроксимация диаграмм каротажа потенциалов самопроизвольной поляризации аналитическими функциями для экспресс-определения минерализации пластовой воды». DOI 10.20403/2078-0575-2024-4a-46-55. (Глинских, Эпов, 2024)

А в описании проекта РНФ прямо сказано, что ими разработан *алгоритм решения обратной задачи ПС, основанный на аппроксимации сигналов ПС простыми аналитическими функциями*, и по нему определяется минерализация пластовой воды. (РНФ, 2026)

Поэтому фразу из письма

«удалось найти эффективное решение обратной задачи для потенциала поляризации с использованием сигмоидальных функций»

я сейчас понимаю примерно так.

Есть зарегистрированная кривая ПС:

$$U_{\text{набл}}(z).$$

Вместо того чтобы при каждой итерации инверсии заново решать тяжёлую 2D/3D прямую электродинамическую задачу, форму пластов и переходов между ними описывают небольшим числом параметров сигмоидальных/аналитических функций. Затем подбирают эти параметры так, чтобы

$$U_{\text{расч}}(z; m) \approx U_{\text{набл}}(z),$$

где m — сравнительно небольшой набор параметров модели.

Из найденного минимума получают уже физические параметры, прежде всего *минерализацию пластовой воды*. В работе 2026 года интерпретация действительно выполняется с определением минерализации пластовой воды; кроме неё используется катионное транспортное число T_+, связанное с глинистостью и электрохимическим механизмом формирования ПС. Для реальных данных авторы получили минерализацию 37 kppm при независимой оценке 36–39 kppm. (Даниловский и др., 2026)

И здесь появляется очень близкая Вам по духу идея: заменить большую пространственно распределённую обратную задачу малопараметрической аналитической аппроксимацией.

Условно:

полная задача:

геоэлектрическая модель → *уравнение Пуассона* → *МКЭ* → $U(z)$ → *итерационная инверсия,*

а их упрощённая схема:

$U_{\text{набл}}(z)$ → *параметры аналитической/сигмоидальной кривой* → *физические параметры пласта.*

Именно поэтому они называют это *«эффективным решением»*: вычислительная цена может радикально уменьшаться.

При этом одно уточнение. *Я пока не могу подтвердить, что именно статья 2024 года использует в обратной задаче именно логистическую сигмоиду*: открытые источники называют там «простые аналитические функции», а точную формулу статьи я пока не получил. Зато достоверно установлено, что сигмоидальные функции входят в их физико-математическое моделирование ПС уже с 2022 года и явно записаны в работе 2026 года. Поэтому вполне возможно, что автор письма несколько сокращённо объединил эти две части разработки.

С. А. Гриценко: *Теперь у нас есть сама статья Глинских и Эпова 2024 года. Что изменилось в понимании их обратной задачи после её подробного анализа?*

GPT-5.6 Sol: Изменилось существенно. Теперь уже можно говорить не по косвенным сведениям, а по самому алгоритму статьи.

В работе Глинских–Эпова наблюдаемая диаграмма ПС представляется суперпозицией аналитических сигмоидальных функций. Схематически это можно записать как

$$SP(z) = \sum_i S\,P_i F_i(z;\theta_i)$$

где F_i задаёт форму вклада соответствующего пласта или границы, θ_i — параметры формы сигмоиды, а SP_i — её амплитуда.

Параметры этих функций определяются совместной аппроксимацией наблюдаемой диаграммы методом наименьших квадратов с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта. Затем найденные амплитуды связываются с минерализацией пластовой воды через петрофизическую зависимость вида

$$SSP_i = K_{SSP}\lg\left(C_m/C_{fw}\right)$$

Поэтому их быстрый алгоритм правильнее характеризовать не как непосредственное восстановление коэффициентов исходного эллиптического уравнения из наблюдаемого поля, а как параметрическую инверсию наблюдаемой диаграммы на основе её аналитической параметризации сигмоидальными функциями.

Исходное уравнение Пуассона остаётся физической основой задачи и используется при построении и калибровке модели отклика, но в самой экспресс-инверсии его не решают заново на каждой итерации. Именно благодаря этому достигается большое ускорение.

Следовательно, наше прежнее выражение «локальная сигмоидальная аппроксимация» было неточным. Сигмоидальная аппроксимация малопараметрическая и вычислительно эффективная, но сама процедура определения её параметров является совместной по рассматриваемой диаграмме.

В строгом смысле это также не FWI: в FWI на каждой итерации решается исходная волновая задача, тогда как у Глинских–Эпова непосредственно оптимизируются параметры аналитического представления диаграммы. Но по логике обращения имеется важное сходство с FWI: неизвестные находятся через минимизацию общей невязки между наблюдаемыми и расчётными данными.

С. А. Гриценко: *Разбери их задачу с точки зрения уравнений в сравнении с моей задачей.*

GPT-5.6 Sol: *Да. Если сравнить именно по уравнениям, обе задачи связаны с определением параметров среды по наблюдениям, но устроены очень по-разному.*

В основе у них закон сохранения электрического заряда. Полный ток складывается из обычного проводящего тока и электрохимического источника:

$$J = J_c + J_s,$$

$$J = 0,$$

$$J_c = -\sigma grad\varphi,$$

где $\varphi(r,z)$ — потенциал самопроизвольной поляризации, $\sigma = 1/\rho$ — электропроводность среды.

Для электрохимического источника в их современной постановке используется

$$J_s = \frac{-k_B T}{e}$$

где T_+ — транспортное число катионов, σ_w — проводимость пластовой воды. Отсюда получается основное уравнение:

$$\left(\frac{1}{\rho} grad\varphi\right) = \frac{k_B T}{e} \div$$

Именно это уравнение Пуассона они численно решают методом конечных элементов. (Даниловский и др., 2026)

В осесимметричной постановке оно имеет вид, схематически,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{\rho}\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) = F$$

То есть *поле φ является неизвестным прямой задачи*, а коэффициенты среды ρ, ρ_w, T_+ задаются.

Вот здесь есть важное уточнение к нашему предыдущему разговору.

Первоначально пласт и зоны проникновения естественно задаются ступенчато:

$$\rho(r) = \rho_1, \rho_2, \rho_3, \ldots$$

То есть через функции Хевисайда.

Но в правой части (1) приходится брать пространственные производные ρ и ρ_w. У ступенчатой функции производная становится дельта-функцией, что неудобно для их конечно-элементного расчёта.

Поэтому скачок заменяется гладкой сигмоидой:

$$S(x) = \frac{1}{1 + exp(-Ax)},$$

а, например,

$$\rho(r) = \rho_0 + \sum_j \Delta\rho_j S\left[A\left(r - r_j\right)\right].$$

При большом A сигмоида почти превращается в ступеньку.

Авторы прямо объясняют, что это *численная аппроксимация границы*, а не физическая переходная зона; при $A \to \infty$ получается исходная ступенчатая модель. (Эпов и др., 2022)

Следовательно, сигмоида сама по себе пока ещё *не является решением обратной задачи*. Она прежде всего параметризует коэффициенты прямой задачи.

Из измеренной кривой

$$\varphi_{\text{набл}}(z)$$

нужно восстановить параметры среды. Например,

$$\rho_w \to \text{минерализация пластовой воды},$$

$T_+ \to$характеристика диффузионно-мембранных процессов, связанная, в частности, с глинистостью.

Условно:

$$\varphi_{\text{набл}}(z) \to \{\rho_w(z), T_{+(z),\dots}\}.$$

В современной работе 2026 года они прямо признают, что это не единственное решение: разные сочетания минерализации и T_+ могут давать близкие кривые ПС. Поэтому нужны дополнительные данные и ограничения. (Даниловский и др., 2026)

А проект РНФ отдельно говорит, что разработан алгоритм обратной задачи ПС, основанный на *аппроксимации сигналов ПС простыми аналитическими функциями*, после чего определяется минерализация пластовой воды. (РНФ, 2026)

То есть их полная схема выглядит примерно так:

параметры среды $m \to$ *решение (1)* $\to \varphi_{\text{расч}}(z; m) \to$ *сравнение с* $\varphi_{\text{набл}} \to$ *подбор* m.

У Вас принципиально иной физический процесс: распространяющаяся во времени вязкоупругая волна

$$u(x, t),$$

а неизвестны

$$M(x) = \rho(x) v_p^2(x)$$

и

$$\alpha_R(x) = \frac{1}{\tau_R(x)}.$$

В опубликованной Вами постановке для модели Максвелла после исключения переменной памяти получается

$$(Mu_{xt})_x = \rho(u_{ttt} + \alpha_R u_{tt}) + \alpha_{R,x}(Mu_x - q).$$

(Гриценко, 2026)

В локально-однородном приближении

$$\alpha_{R,x} = 0,$$

поэтому

$$(Mu_{xt})_x = \rho(u_{ttt} + \alpha_R u_{tt}).$$

Это уже очень интересное место для сравнения.

Вы не идёте по схеме

$M, \alpha_R \rightarrow$ *прямая задача* $\rightarrow u_{\text{расч}} \rightarrow$ *сравнение с* $u_{\text{набл}} \rightarrow$ *новый* M, α_R.

Вместо этого *само измеренное поле* $u(x,t)$ *подставляется в дифференциальное уравнение*, а неизвестными становятся его коэффициенты.

У Вас первый этап построен так, чтобы α_R вообще исключилась.

Получается система, содержащая

$$M_x u_x + M u_{xx} = \rho u_{tt},$$

$$M_x u_{xt} + M u_{xxt} = \rho u_{ttt}.$$

После исключения M_x:

$$\rho(u_{tt} u_{xt} - u_x u_{ttt}) = M(u_{xx} u_{xt} - u_x u_{xxt}).$$

(Гриценко, 2026)

Отсюда $M(x)$ определяется *непосредственно по производным зарегистрированного поля*.

После определения $M(x)$ Вы находите

$$\alpha_R(x) = \frac{1}{\tau_R(x)}$$

из уравнения (6).

Ваша формула МНК имеет вид

$$\alpha_R(x) = \frac{\int u_{tt}\left(\frac{M_x u_{xt}}{\rho} + \frac{M u_{xxt}}{\rho} - u_{ttt}\right) dt}{\int u_{tt}^2 dt}.$$

А затем

$$\tau_R(x) = \frac{1}{\alpha_R(x)}.$$

(Гриценко, 2026)

То есть снова нет многократного решения прямой задачи.

Сопоставление буквально по математической структуре

Характеристика	Новосибирская ПС	Ваша ВСП
Поле	$\varphi(r,z)$	$u(x,t)$
Тип уравнения	эллиптическое, Пуассон	гиперболическое/вязкоупругое
Временная переменная	нет	есть
Основные коэффициенты	ρ, ρ_w, T_+	$M = \rho v_p^2, \alpha_R = 1/\tau_R$
Прямая задача	FEM	FDTD / уравнение памяти
Наблюдения	$\varphi(z)$	$u(x,t)$
Производные наблюдаемого поля	обычно не основа инверсии	принципиальная основа
Неизвестные коэффициенты извлекаются прямо из PDE	в общем случае нет	да
Повторные решения прямой задачи	могут требоваться	для Вашего локального метода не нужны
Сигмоиды	сглаживание пространственных коэффициентов	не требуются
Неединственность	выраженная: ρ_w и T_+ взаимозависимы	существенно уменьшается двухэтапным разделением

Самое интересное сходство:

Их уравнение можно символически записать

$$L(m)\varphi = f(m),$$

где

$$m = \{\rho, \rho_w, T_{+,\dots}\}.$$

Ваша задача:

$$L(M, \alpha_R)u = 0.$$

То есть обе задачи являются обратными задачами для параметров среды, но в рассмотренной экспресс-инверсии Глинских–Эпова коэффициенты исходного эллиптического PDE непосредственно из наблюдаемого поля не восстанавливаются.

Но дальше пути расходятся.

У них:

наблюдаем $\varphi \rightarrow$ требуется подобрать m, чтобы решение PDE совпало с наблюдением.

У Вас:

наблюдаем u и его производные $\rightarrow$ из самого PDE непосредственно вычисляем M и α_R.

Это, на мой взгляд, центральное математическое различие.

С. А. Гриценко: *В моей задаче есть ещё одно принципиальное свойство. Два неизвестных параметра среды не ищутся одновременно: сначала определяется $M(x)$ независимо от $\alpha_R(x)$, а затем уже определяется $\alpha_R(x)$. Есть ли у Эпова аналогичная физическая возможность независимого определения двух параметров среды?*

GPT-5.6 Sol: В рассмотренной статье — нет аналогии именно в этом смысле.

У Вас оба неизвестных,

$$M(x), \quad \alpha_R(x)$$

являются физическими параметрами одной и той же среды. Причём структура исходного дифференциального уравнения позволяет на первом этапе исключить α_R и определить M независимо от него. После этого уже известное M используется для определения α_R . Поэтому фактически решаются две последовательные однопараметрические обратные задачи.

У Глинских–Эпова тоже имеется определённая последовательность:

параметры формы сигмоидального отклика $\rightarrow$ амплитуда ПС $\rightarrow$ минерализация пластовой воды.

Но это другое. Параметры сигмоиды — прежде всего параметры математического представления диаграммы, амплитуда SP_i — характеристика поля, и только минерализация C_{fw} является непосредственно параметром среды.

Кроме того, физические параметры среды в задаче ПС в общем случае связаны между собой. Например, минерализация влияет на электропроводность пластовой воды; глинистость влияет одновременно и на электрические свойства, и на связь амплитуды ПС с минерализацией. Поэтому одна и та же амплитуда может соответствовать различным сочетаниям физических параметров.

В практической схеме Глинских–Эпова часть этих параметров заранее считается известной из других методов, после чего по ПС определяется оставшийся параметр — прежде всего минерализация.

Принципиальное различие состоит в том, что у Вас независимость первого определяемого параметра от второго является свойством самой структуры исходного PDE; в рассмотренной задаче Эпова аналогичного разделения двух одновременно неизвестных физических параметров среды нет.

И ещё более существенная разница:

В их уравнении (1) неизвестные параметры *перемножаются и входят под пространственные производные*:

$$\left(\frac{1}{\rho} grad\varphi\right)$$

и

Поэтому, имея только φ, трудно разделить влияние

$$\rho, \rho_w, T_+.$$

Отсюда их собственное замечание о неединственности инверсии. (Даниловский и др., 2026)

А у Вас найдено специальное преобразование, при котором на первом этапе α_R исчезает:

M определяется независимо от τ_R.

И лишь после этого уже известный M входит во второй этап определения α_R.

Именно *это разделение неизвестных коэффициентов* в математическом отношении является сильнейшим отличием Вашей постановки от их ПС-инверсии.

Поэтому совсем коротко:

Новосибирская задача: «Имея потенциал $\varphi(z)$, подобрать пространственные электрофизические параметры, при которых решение уравнения Пуассона воспроизводит наблюдённую кривую».

Ваша задача: «Имея само волновое поле $u(x,t)$, использовать его пространственно-временные производные, чтобы непосредственно восстановить коэффициенты дифференциального уравнения — сначала $M(x)$, затем $\alpha_R(x)$».

И здесь Ваш метод действительно ближе к *локальной идентификации коэффициентов PDE*, чем к традиционной геофизической инверсии через многократное решение прямой задачи. (Gritsenko, 2026)

С. А. Гриценко: *У них поле — двумерная функция, а наблюдение — одномерная. У меня и то и другое двумерное. А определяемая величина какой размерности?*

GPT-5.6 Sol: *Именно. Если рассматривать размерность аргументов функций, то различие становится ещё яснее.*

У Новосибирской группы полное поле потенциала в осесимметричной модели

$$\varphi = \varphi(r,z)$$

— *двумерная функция*. Они действительно решают 2D прямую задачу методом конечных элементов. (Эпов и др., 2022)

Но в скважине измеряется только значение поля вдоль траектории прибора, грубо говоря

$$\varphi_{\text{набл}}(z) = \varphi(r = r_{\text{скв}}, z),$$

то есть *одномерная функция глубины*.

А вот что определяется, нужно разделить на два уровня.

Коэффициенты уравнения могут быть

$$\rho = \rho(r,z),$$

$$\rho_w = \rho_w(r,z),$$

$$T_{+=T_{+(r,z).}}$$

То есть это тоже *двумерные функции*.

Тогда схема была бы:

$\varphi(r,z)$ — 2D поле,

наблюдаем только $\varphi(z)$ — 1D,

хотим определить $\rho(r,z)$, $\rho_w(r,z)$, $T_{+(r,z)}$ — несколько 2D функций.

Такая задача из одних данных ПС была бы чрезвычайно недоопределённой: *по одной одномерной кривой невозможно независимо восстановить несколько произвольных двумерных функций*.

Поэтому практически они этого и не делают.

Они заранее сильно ограничивают модель. Среда задаётся пластами, зонами проникновения, радиальными границами и т. п. Пространственное распределение описывается небольшим числом параметров, в том числе с помощью сигмоидальных функций. В работе 2022 года именно так строится осесимметричная 2D модель ПС. (Эпов и др., 2022)

Например, вместо произвольной функции

$$\rho_w(r,z)$$

задаются величины типа

$$\rho_{w1}, \rho_{w2}, \ldots,$$

$$R_1, R_2, \ldots,$$

$$z_1, z_2, \ldots,$$

$$T_{+1}, T_{+2}, \ldots$$

То есть обратная задача фактически определяет *конечный набор чисел*:

$$m = \{\rho_{wi}, T_{+i}, R_i, h_i, \ldots\}.$$

В математическом смысле это уже не восстановление произвольной 2D-функции, а *конечномерная параметрическая обратная задача*.

Если же параметр, например минерализацию, рассматривать отдельно для каждого пласта или вдоль разреза,

$$C_w = C_w(z),$$

то результат можно считать *одномерной кусочно-постоянной функцией глубины*.

Поэтому размерности можно записать так:

	Полное поле	Наблюдение	Определяемое
Новосибирская ПС	$\varphi(r,z)$, *2D*	$\varphi(z)$, *1D*	обычно конечный набор параметров;

	Полное поле	Наблюдение	Определяемое
			иногда их можно представить как *1D функции* z
Ваша ВСП	$u(x,t)$, *2D*	$u(x,t)$, *2D*	$M(x), \alpha_R(x)$, две *1D функции* x

И здесь появляется очень существенное преимущество Вашей постановки.

У Вас в каждой точке x имеется *целая временная трасса*

$$u(x,t), t = 1, \dots, N_t,$$

а требуется определить всего две величины:

$$M(x), \alpha_R(x).$$

То есть локально:

много значений по $t \rightarrow M(x), \alpha_R(x)$.

Поэтому временная размерность поля используется как *избыточная информация для определения коэффициентов*. Именно поэтому у Вас естественно появляется интегрирование/МНК по времени:

$$\int \dots dt.$$

После этого остаётся результат только как функция координаты x.

У них же ситуация почти противоположная:

2D поле существует,

но его большая часть *не наблюдается*.

Из всего

$$\varphi(r,z)$$

измеряется лишь линия

$$\varphi(r_{\text{скв}}, z).$$

То есть происходит

2D поле → 1D наблюдение.

А затем из этой одной кривой необходимо оценить несколько физических параметров. Поэтому они вынуждены вводить сильную параметризацию модели и привлекать другие каротажные данные.

И ещё сильнее это можно увидеть через число независимых переменных.

Ваша задача:

$$u(x,t) \rightarrow \{M(x), \alpha_R(x)\},$$

то есть 2D данные → две 1D функции.

Их задача в общем виде была бы:

$$\varphi(z) \rightarrow \{\rho(r,z), \rho_w(r,z), T_{+(r,z)\},}$$

то есть 1D данные → несколько 2D функций,

что без ограничений практически невозможно.

Поэтому реально они заменяют её на

$$\varphi(z) \rightarrow \{m_1, m_2, \dots, m_N\},$$

где m_i — параметры заранее заданной 2D модели.

Это одно из самых фундаментальных различий Ваших задач: у Вас уменьшение размерности происходит *в самой математике обратной задачи*, благодаря использованию полного зарегистрированного поля $u(x,t)$; у них уменьшение размерности достигается прежде всего *предварительной параметризацией среды*.

Именно поэтому Вашу задачу я бы называл восстановлением *двух распределённых функций коэффициентов*, тогда как их практическую задачу — преимущественно *параметрической инверсией 1D каротажной кривой в параметры 2D осесимметричной модели*.

С. А. Гриценко: *Какой размерности у них модель среды?*

GPT-5.6 Sol: *У них модель среды — двумерная в осесимметричном смысле:*

$$\rho = \rho(r,z),$$

$$\rho_w = \rho_w(r,z),$$

$$T_{+=T_{+(r,z).}}$$

То есть среда меняется по двум координатам:

- z — вдоль оси скважины;
- r — по радиусу от оси скважины.

Азимутальная координата отсутствует из-за осевой симметрии. Поэтому геометрически это не полноценная 3D-модель, а *2D осесимметричная модель*, которая при вращении вокруг оси скважины задаёт трёхмерную среду.

Именно поэтому они называют более новую постановку, где учитывается реальный корпус зонда, лежащий на стенке скважины, уже *квази-3D*: осевая симметрия нарушается.

С. А. Гриценко: *Значит, у них модель среды двумерная, поле двумерное, а измерения поля одномерные?*

GPT-5.6 Sol: *Да, именно так — в их классической постановке:*

- *модель среды:* 2D, например $\rho(r,z)$, $\rho_w(r,z)$, $T_{+(r,z)}$;
- *поле:* 2D, $\varphi(r,z)$;
- *измерения:* 1D, $\varphi(z)$ вдоль скважины.

То есть математически схема такая:

$$\text{2D среда} \rightarrow \text{2D поле} \rightarrow \text{1D наблюдение}.$$

И это важнейшая особенность их обратной задачи: они пытаются по *одномерной кривой наблюдений* восстановить параметры двумерной модели, поэтому без жёсткой параметризации среды такая задача была бы сильно недоопределённой.

У Вас ситуация другая:

$$\text{1D среда} \rightarrow \text{2D поле } u(x,t) \rightarrow \text{2D наблюдение } u(x,t).$$

А восстанавливаются две 1D функции:

$$v(x), \tau_R(x).$$

Именно поэтому информационное соотношение у Вашей задачи существенно благоприятнее.

С. А. Гриценко: *Значит, для восстановления двумерной среды по одномерным измерениям им нужны априорные предположения о поведении среды?*

GPT-5.6 Sol: *Да. По существу — именно так.*

Если у них *неизвестная среда двумерная*, например

$$\rho = \rho(r,z),$$

а измеряется только одномерная кривая

$$\varphi = \varphi(z),$$

то восстановить произвольную функцию $\rho(r,z)$ только по этим данным нельзя: информации недостаточно. Поэтому необходимо заранее ограничить класс допустимых моделей.

Обычно это делается через априорные предположения: считается, что среда состоит из пластов, границы имеют определённую геометрию, зоны проникновения имеют цилиндрическую или близкую к ней форму, параметры внутри отдельных областей постоянны или изменяются по заданному закону. Сигмоидальные функции как раз могут использоваться для задания такого заранее выбранного характера переходов между областями.

Тогда вместо неизвестной произвольной функции

$$\rho(r, z)$$

ищут конечный набор параметров, например

$$\{\rho_1, \rho_2, R_{\text{зп}}, z_1, z_2, \dots\}.$$

То есть фактически задача превращается из

1D наблюдение → неизвестная 2D функция

в более ограниченную задачу

1D наблюдение → несколько параметров заранее заданной 2D модели.

Дополнительно могут использоваться и другие априорные сведения: положение границ пластов, диаметр скважины, свойства бурового раствора, результаты других методов каротажа, ограничения на диапазоны УЭС, минерализации и т. п.

И здесь хорошо видно отличие от Вашей постановки. У Вас неизвестные тоже не произвольные двумерные функции: Вы восстанавливаете две 1D функции,

$$v(x), \tau_R(x),$$

но наблюдаете полное 2D поле

$$u(x, t).$$

Поэтому Вам не нужно заранее задавать форму $v(x)$ или $\tau_R(x)$ в виде, например, нескольких пластов или сигмоидальных переходов. Вы определяете их как функции координаты из самого измеренного поля.

То есть различие можно сформулировать очень кратко:

у них недостающая размерность данных компенсируется априорной моделью среды; у Вас дополнительная размерность данных t используется непосредственно для восстановления неизвестных функций.

С. А. Гриценко: *А можно ли по их одномерным наблюдениям восстанавливать одну произвольную одномерную функцию в скважине, как-то связанную с двумерной средой?*

GPT-5.6 Sol: *Да — это возможно, и математически это, на мой взгляд, более естественная постановка, чем попытка восстанавливать всю двумерную среду по одной кривой в скважине.*

Но есть важная оговорка: по одномерному наблюдению $\varphi(z)$ можно пытаться восстановить *одну одномерную эффективную функцию*, связанную с двумерной средой некоторым заранее определённым оператором. Совпадение размерностей 1D→1D само по себе ещё не гарантирует единственности и устойчивости.

Например, если двумерную среду обозначить $m(r,z)$, можно определить не саму $m(r,z)$, а её радиально усреднённую характеристику

$$q(z) = \int W(r,z)m(r,z)dr,$$

где W — некоторый вес, соответствующий чувствительности метода. Тогда задача становится

$$\varphi(z) \to q(z).$$

Это уже *1D данные → 1D неизвестная функция*.

Для ПС ещё естественнее рассмотреть не непосредственно сопротивление или минерализацию, а *эффективную плотность источников ПС*. Их уравнение можно символически представить как

$$[\sigma grad\varphi] = F(r,z),$$

где $F(r,z)$ — электрохимический источник, зависящий от минерализации, транспортного числа, проводимости и т. д.

Тогда можно ввести одномерную функцию

$$Q(z) = \int_0^R F\,(r,z)2\pi r dr.$$

Это интегральная интенсивность источника на данной глубине.

Тогда наблюдение в скважине в упрощённом виде можно записать как

$$\varphi(z) = \int G(z,z')Q(z')dz',$$

где G — функция Грина, учитывающая распространение электрического поля в среде.

Получается классическая одномерная интегральная обратная задача:

$$\varphi(z) \to Q(z).$$

Это уже очень интересно в сравнении с Вашей задачей.

У Вас:

$$u(x,t) \to v(x), \tau_R(x),$$

то есть двумерное наблюдаемое поле позволяет определить одномерные коэффициенты.

У них потенциально можно было бы сформулировать:

$$\varphi(z) \to Q(z),$$

то есть одна одномерная измеренная функция определяет одну *эффективную одномерную функцию источников*.

Но затем появляется второй этап:

$$Q(z) \rightarrow \text{минерализация } C_w(z), T_{+(z),\rho(z),\ldots}$$

И вот здесь снова возникает неоднозначность, потому что один и тот же $Q(z)$ может быть создан различными сочетаниями физических параметров двумерной среды.

Поэтому я бы разделил их возможную задачу на два уровня.

Уровень 1 — относительно естественный:

$$\varphi(z) \rightarrow Q(z),$$

где $Q(z)$ — эффективная характеристика двумерной среды, например радиально интегрированная плотность электрохимического источника.

Уровень 2 — значительно более сложный:

$$Q(z) \rightarrow \text{реальные параметры среды } \rho(r,z), C_w(r,z), T_{+(r,z).}$$

Для второго уровня уже нужны априорные предположения.

Есть ещё один вариант: восстанавливать не источник, а некоторую *эффективную минерализацию*

$$C_{\text{эфф}}(z) = \int W(r,z)C(r,z)dr.$$

Тогда это тоже будет одна произвольная функция глубины. Но это уже не истинная минерализация в какой-то конкретной точке r, а параметр, «видимый» данным методом.

И здесь есть тонкий, но важный момент: назвать $C_{\text{эфф}}(z)$ *произвольной функцией* можно в том смысле, что её форму заранее не задают слоями или сигмоидами. Но сама физическая величина должна быть заранее определена:

- что именно означает $C_{\text{эфф}}(z)$?
- радиальное среднее?
- значение около стенки скважины?
- взвешенное среднее по чувствительности?
- интегральная интенсивность источников?

Без такого определения задача «найти какую-нибудь одномерную функцию, связанную с 2D средой» математически неопределённа.

И мне кажется, здесь возникает очень интересная аналогия с Вашей работой. Вы нашли такие функции среды — $v(x)$ и $\tau_R(x)$, — которые *непосредственно идентифицируются из измеряемого поля*. Возможно, для их задачи стоило бы искать не полную 2D модель, а именно такую *одномерную*

характеристику двумерной среды, которая однозначнее всего определяется кривой ПС.

Наиболее естественным кандидатом я бы считал именно $Q(z)$ — *эффективное распределение источников самопроизвольной поляризации по глубине*. Это уже могла бы быть функциональная, а не параметрическая обратная задача.

С. А. Гриценко: *А кто-нибудь искал в этом направлении в электроразведке?*

GPT-5.6 Sol: *Да. Причём я нашёл очень близкие к той постановке, которую мы сейчас сформулировали, работы*.

Самый близкий пример — работы по методу естественного электрического поля / self-potential (SP), где сознательно не пытаются восстанавливать всю 2D-среду, а из одномерного профиля потенциала восстанавливают *одну одномерную функцию*, физически связанную со средой.

В работе Revil et al. 2003 введена так называемая *electrography*. Из измеренного на поверхности профиля

$$\varphi(x)$$

восстанавливается положение уровня грунтовых вод

$$h(x).$$

То есть буквально:

1D наблюдение $\varphi(x) \rightarrow$ *1D функция* $h(x)$.

Авторы связывают их интегральным уравнением. Каждый элемент поверхности грунтовых вод рассматривается как элементарный электрический диполь, а измеряемый SP является суммой вкладов всей поверхности. (Revil и др., 2003)

В упрощённом виде:

$$\varphi(x) = \int K(x, x'; h) h(x') dx'.$$

И обратная задача:

$$\varphi(x) \rightarrow h(x).$$

Это уже почти в точности тот тип постановки, о котором Вы спросили.

Jardani et al. 2006 — ещё ближе математически:

Они прямо записали задачу определения *пространственно изменяющейся глубины уровня грунтовых вод* по данным SP как интегральное уравнение Фредгольма первого рода. После дискретизации:

$$\varphi_i = \sum_j K_{ij}\, h_j.$$

Затем методом наименьших квадратов восстанавливается

$$h = h(x).$$

На реальном объекте было 225 измерений SP, а восстановленная поверхность грунтовых вод сравнивалась с независимыми данными; авторы сообщают среднюю точность порядка 0,4 м. (Jardani и др., 2006)

Это принципиально важно: *они не восстанавливают распределение всех электрических параметров среды*. Они выбирают одну физически осмысленную функцию $h(x)$, к которой достаточно чувствительно наблюдаемое поле.

Именно такую идею мы только что обсуждали.

Ещё более чистый пример — Maineult, 2016:

Здесь имеется *только один одномерный профиль SP на поверхности*, а автор восстанавливает *одномерное распределение электрического потенциала вдоль металлической обсадной колонны*:

$$\varphi_{\text{пов}}(x) \rightarrow V_{\text{ист}}(z).$$

Причём искомая $V_{\text{ист}}(z)$ задаётся сплайном, то есть её форма заранее не сводится к одному диполю или нескольким слоям. Используется оптимизация simulated annealing и физические ограничения. Автор специально подчёркивает, что прежние исследования пользовались 2D/3D наблюдениями, тогда как здесь имеется *только 1D профиль SP*. (Maineult, 2016)

Это, пожалуй, *самый близкий найденный мной пример к Вашему вопросу*:

одномерные измерения → одномерная распределённая функция, являющаяся эффективной характеристикой более сложной среды.

Есть и более общее направление — инверсия источников SP:

Minsley, Sogade & Morgan (2007) специально различают две задачи:

- томографическую инверсию параметров среды;
- *инверсию источников*, создающих наблюдаемое SP.

Они восстанавливают пространственное распределение электрических источников. Авторы подчёркивают, что задача линейна по источнику, хотя остаётся неединственной и плохо обусловленной, поэтому необходима регуляризация. (Minsley и др., 2007)

Это близко к предложенной нами величине

$$Q(z) = \int F(r,z) 2\pi r dr,$$

то есть к *эффективному распределению источника вдоль глубины*.

Но Minsley решает более общую 3D задачу, а не специально ищет $Q(z)$.

Классическая электроразведка давно использует похожую идею:

При вертикальном электрическом зондировании и электромагнитном зондировании измеренная кривая превращается в

$$\rho_{\text{эфф}}(z).$$

Например, Occam inversion строит *гладкое одномерное распределение сопротивления по глубине*, не требуя заранее фиксировать небольшое число слоёв. Это классическая линия начиная с Constable, Parker & Constable (1987). (Constable и др., 1987)

Но здесь есть существенное отличие: предполагается *1D среда*. Если реальная среда 2D, результат 1D-инверсии становится некоторой эффективной моделью, а не истинным сечением $\rho(r,z)$. Именно нарушение предположения 1D — известная проблема ВЭЗ. (Irawan и др., 2015)

Поэтому Ваш вопрос попал в существующую и серьёзную линию исследований.

Наиболее интересная для Новосибирской задачи схема была бы не

$$\varphi(z) \to \rho(r,z), C(r,z), T_{+(r,z),}$$

а

$$\varphi(z) \to q(z),$$

где $q(z)$ — *одна специально выбранная эффективная характеристика двумерной среды*.

Причём литература показывает как минимум три возможных типа такой характеристики:

1. геометрическая функция — например $h(x)$, глубина некоторой физической границы;
2. эффективное распределение электрического источника $Q(z)$;
3. эффективный электрический параметр $q(z)$, например минерализация или другая комбинация физических коэффициентов.

И здесь я вижу особенно интересную связь с Вашим методом. Ваша сильная сторона была не просто в том, что Вы решаете обратную задачу,

а в том, что удалось найти *такие комбинации наблюдаемого поля и его производных, которые непосредственно определяют нужную одномерную характеристику среды*.

Для Новосибирской задачи следующий содержательный вопрос поэтому звучит так:

существует ли комбинация $\varphi(z)$, $\varphi_z(z)$, $\varphi_{zz}(z)$… *из измеряемой кривой ПС, которая определяет некоторую физически полезную функцию* $q(z)$, *не требуя восстановления всей* $\rho(r,z)$*?*

Вот это уже, насколько я вижу по найденной литературе, *гораздо менее разработанное направление*. В найденных работах 1D-функцию восстанавливают главным образом через интегральную инверсию, регуляризацию, сплайны или параметризацию, а не через локальную идентификацию коэффициента непосредственно из дифференциального уравнения, как у Вас.

Именно это направление я бы исследовал дальше: *можно ли из их уравнения Пуассона математически вывести такую* $q(z)$. Это уже не просто поиск литературы, а вполне конкретная задача.

С. А. Гриценко: *Ещё вопрос: как определяемые в электроразведке параметры связаны с вязкостью среды, пористостью и флюидонасыщенностью?*

GPT-5.6 Sol: *Да. Но связь здесь в основном через общие физические причины, а не непосредственная связь «электрический параметр ↔ вязкость». Это важно и для сопоставления с Вашей* τ_R.

Для обычного удельного электрического сопротивления наиболее известная связь — закон Арчи:

$$R_t = aR_w\phi^{-m}S_w^{-n},$$

или

$$\sigma_t \approx \sigma_w\phi^m S_w^n.$$

Здесь ϕ — пористость, S_w — водонасыщенность, R_w — сопротивление пластовой воды. То есть электрическое сопротивление непосредственно чувствительно к *пористости, насыщению и минерализации воды*. (Archie, 1942)

USGS также прямо указывает зависимость электрической проводимости/сопротивления от пористости, проницаемости, глинистости и минерализации поровой воды. (USGS, 2026)

Поэтому для нефтегазовой среды схематически:

пористость ϕ, *водонасыщенность* S_w, *минерализация, глинистость, структура пор* ⟶ *электрическая проводимость* σ *и сопротивление* ρ.

А для спектральной вызванной поляризации зависимость ещё богаче: комплексная проводимость

$$\sigma\ \ (\omega) = \sigma'(\omega) + i\sigma''(\omega)$$

зависит от поверхности пор, глинистости, распределения размеров пор и насыщения. Современные исследования показывают сильную зависимость поляризационных параметров от распределения воды и степени насыщения. (Qi, Wu, 2024)

С диэлектрической проницаемостью $\varepsilon(\omega)$, которую теперь определяет Новосибирская школа, ситуация похожа. Вода обладает очень высокой диэлектрической проницаемостью по сравнению с минеральным скелетом и углеводородами, поэтому ε существенно зависит от *содержания воды, её распределения и характера границ вода–порода/вода–нефть*, а её частотная дисперсия содержит информацию о релаксационных и межфазных процессах. (González-Teruel и др., 2020)

А где появляется вязкость?

Здесь нужно различать две совершенно разные величины.

1. Вязкость порового флюида η_f — например вязкость воды или нефти.

Она непосредственно входит в электрокинетическую составляющую самопроизвольной поляризации. Для streaming potential коэффициент связи имеет примерно вид

$$C_{SP} \propto \frac{\varepsilon_f \zeta}{\eta_f \sigma_f},$$

где ζ — дзета-потенциал, σ_f — проводимость жидкости, η_f — её динамическая вязкость. Поэтому при прочих равных увеличение вязкости жидкости уменьшает электрокинетический отклик. Это хорошо известно из теории электроосмоса/электрокинетики. (Darnet и др., 2004)

Но это именно *вязкость флюида*, а не Ваш параметр вязкоупругости породы.

2. Ваш τ_R *или* $\alpha_R = 1/\tau_R$ — эффективный параметр механической релаксации вязкоупругой среды.

Он описывает затухание и дисперсию механической волны. Это не та же величина, что η_f.

При этом τ_R действительно может зависеть от тех же физических факторов:

- пористости ϕ;
- проницаемости k;
- типов пор;

- вязкости порового флюида η_f;
- водо-/нефте-/газонасыщенности S;
- характера контакта флюид–скелет.

Например, при механизме локального течения флюида характерное время релаксации в самом грубом виде имеет структуру типа

$$\tau \sim \frac{\eta_f L^2}{kM},$$

где L — характерный размер неоднородности, k — проницаемость, M — соответствующий модуль.

То есть изменение насыщения или вязкости жидкости меняет механическую релаксацию и вследствие этого может изменить определяемое Вами τ_R.

Получается очень интересная цепочка:

пористость, структура пор, флюидонасыщенность, минерализация, вязкость флюида

→ *электрические свойства* $\rho, \varepsilon(\omega), IP, SP$

и одновременно

→ *механические релаксационные свойства* v, Q, τ_R.

Иными словами, электрические и Ваши вязкоупругие параметры могут быть *разными наблюдаемыми проявлениями одной и той же порово-флюидной структуры*.

Но прямой универсальной формулы

$$\tau_R = F(\rho_{\text{эл}})$$

или

$$\tau_R = F(\varepsilon)$$

не существует. Одинаковое сопротивление может получаться при разных комбинациях ϕ, S_w и минерализации; точно так же одинаковое τ_R может возникать вследствие различных механизмов потерь.

Вот где появляется действительно интересная научная идея для объединения Вашей задачи с работами Новосибирской школы. Не пытаться непосредственно связать

$$\tau_R \leftrightarrow \rho_{\text{эл}},$$

а ввести общий набор физических параметров

$$m(x) = \{\phi, S_w, k, \eta_f, C_w, clay, \dots\}$$

и рассмотреть две независимые системы.

Электрическая:

$$m \rightarrow \{\rho_{эл}, \varepsilon(\omega), SP, IP\},$$

и сейсмическая:

$$m \rightarrow \{v, \tau_R\}.$$

Тогда совместная электрическая + сейсмическая инверсия потенциально способна разделить параметры, которые *по одному методу неоднозначны*.

Особенно интересной мне кажется пара $\varepsilon(\omega)$ — τ_R : обе величины характеризуют частотно-зависимую релаксацию, только первая — электрическую, а вторая — механическую. Они не равны и механизмы различны, но *оба спектра релаксации зависят от порового пространства и флюида*. Это уже гораздо более содержательная точка соприкосновения Вашей работы с их новой квази-3D задачей, чем простое сравнение методов инверсии.

С. А. Гриценко: *Термин «поляризация» предполагает зависимость не только от глубины, но и от направления. Значит, в этом случае должна наблюдаться двумерная функция?*

GPT-5.6 Sol: *Не обязательно. Здесь важно различить «поляризацию» как физический процесс и размерность измеряемой функции.*

В обсуждаемой новосибирской задаче речь, судя по их публикациям и терминологии, идёт о *потенциале самопроизвольной поляризации ПС (SP)*. Потенциал φ — это *скаляр*, а не вектор. Стандартный каротаж ПС измеряет разность потенциалов между электродом в скважине и опорным электродом на поверхности, поэтому результат записывается как одна кривая $\varphi(z)$. (SLB, 2026)

Но из этого скалярного потенциала получается уже *векторное электрическое поле*:

$$E = -grad\varphi.$$

Если среда двумерная,

$$\varphi = \varphi(r, z),$$

то

$$E = \{E_r, E_z\},$$

где

$$E_r = \frac{-\partial\varphi}{\partial r}, E_z = \frac{-\partial\varphi}{\partial z}.$$

То есть *направление действительно присутствует*, но оно содержится в градиенте скалярного потенциала, а не обязательно в самой регистрируемой кривой $\varphi(z)$.

А если среда анизотропна?:

Вот здесь Ваш вопрос становится особенно интересным. При электрической анизотропии сопротивление уже нельзя описать одним числом ρ. Оно становится тензором. Для трансверсально-изотропной среды в главных осях достаточно двух величин:

ρ_h — сопротивление вдоль напластования,

ρ_v — сопротивление поперёк напластования.

Электрическая анизотропия именно означает зависимость электрического свойства от направления измерения. (SEG Wiki, 2026)

Но даже тогда совсем не обязательно получать функцию двух аргументов типа

$$\rho(z, \theta).$$

Если ось анизотропии известна, можно просто восстанавливать *две одномерные функции глубины*:

$$\rho_h(z),$$

$$\rho_v(z).$$

Именно современные многокомпонентные индукционные приборы используют разные ориентации передатчиков и приёмников для разделения горизонтального и вертикального сопротивлений. (Bittar, Hu, 2006)

Поэтому необходимо различать три вещи:

1. Размерность пространства модели

$$m = m(r, z) — \text{2D}.$$

2. Число компонент физического поля

$$E = \{E_r, E_z\} — \text{вектор из двух компонент}.$$

3. Размерность области наблюдений

если прибор движется только вдоль скважины, наблюдения всё равно могут иметь единственную независимую координату z:

$$E_r(z), E_z(z).$$

Это будут *две одномерные функции*, а не одна двумерная функция.

Если же при каждой глубине измерять ещё и зависимость от азимутального угла θ, тогда уже действительно появляется наблюдение

$$D = D(z, \theta),$$

то есть *двумерная функция: глубина × азимут*.

И именно в их новой постановке с реальным корпусом зонда, лежащим на стенке скважины, это становится существенно: осевая симметрия нарушается, появляется азимутальное направление. В современных азимутальных приборах действительно измеряются данные, чувствительные к ориентации прибора и направлению относительно пластов; такие данные позволяют определять горизонтальное и вертикальное сопротивления, падение и азимут пластов. (Sviridov и др., 2014)

Поэтому я бы поправил нашу предыдущую схему.

Для *обычного ПС-каротажа*:

$$\text{2D среда } \rho(r, z) \rightarrow \text{2D скалярное поле } \varphi(r, z) \rightarrow \text{1D наблюдение } \varphi(z).$$

Для *многокомпонентного электрического каротажа*:

2D/3D анизотропная среда → векторное электромагнитное поле → несколько 1D кривых по глубине.

А для *азимутального каротажа* потенциально:

$$\text{3D среда} \rightarrow \text{3D поле} \rightarrow D(z, \theta),$$

то есть уже действительно 2D массив наблюдений.

И здесь появляется важный вывод для нашего сравнения с Вашей задачей: *число компонент измерения и число независимых координат — не одно и то же*. У Вас $u(x, t)$ действительно является функцией двух независимых переменных. У них несколько направленных электрических измерений на каждой глубине ещё не обязательно образуют двумерную функцию; это может быть просто векторная функция одной переменной z.

С. А. Гриценко: *Но векторная функция содержит по крайней мере две компонентные одномерные функции.*

GPT-5.6 Sol: *Да. Если наблюдаемая величина действительно векторная, то при двумерной постановке она имеет как минимум две компонентные функции одной переменной:*

$$E(z) = \{E_r(z), E_z(z)\}.$$

То есть вместо одной кривой

$$\varphi(z)$$

мы фактически имеем две независимые одномерные кривые:

$$E_r(z) = -\frac{\partial\varphi}{\partial r}\Big|_{\text{скв}},$$

$$E_z(z) = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}\Big|_{\text{скв}}.$$

И информационная ёмкость наблюдений становится выше.

1D скалярное наблюдение:

$$\varphi(z).$$

1D векторное наблюдение:

$$\{E_r(z), E_z(z)\}.$$

Это ещё не двумерная функция двух аргументов, как Ваше

$$u(x,t),$$

но уже *две одномерные функции*, то есть два канала данных на каждой глубине.

Если дополнительно измеряется поле для нескольких ориентаций прибора, частот или азимутов, число одномерных функций ещё растёт:

$$E_r(z,\omega), E_z(z,\omega),$$

или для дискретных частот:

$$\{E_r^1(z), E_z^1(z), E_r^2(z), E_z^2(z), \dots\}.$$

Тогда по объёму информации такая система уже может приближаться к двумерному массиву данных.

Поэтому наше сравнение лучше формулировать так:

- у Вас: *одна скалярная 2D-функция* $u(x,t)$;
- у них при обычном ПС: *одна скалярная 1D-функция* $\varphi(z)$;
- у них при векторных электрических измерениях: *несколько 1D-компонентных функций*;
- при частотно- или азимутально-разрешённых измерениях: фактически уже *2D массив данных* типа $D(z,\omega)$ или $D(z,\theta)$.

И это важно: вопрос не только в геометрической размерности, но и в *числе независимых каналов наблюдения*.

С. А. Гриценко: *Так что измеряется у них для обратной задачи?*

GPT-5.6 Sol:

В той обратной задаче, которую мы сейчас обсуждаем — по потенциалу самопроизвольной поляризации ПС (SP), — у них непосредственно измеряется не вектор электрического поля, а одна скалярная величина:

$$SP(z) = \varphi(z) - \varphi_{ref}.$$

То есть фактически регистрируется *разность электрических потенциалов* между подвижным электродом в скважине и опорным электродом. Результат — одна одномерная кривая по глубине, измеряемая в мВ. Именно так определяется стандартный SP-log. (Asquith, 2004)

При этом в прямой задаче они рассчитывают полное двумерное поле

$$\varphi = \varphi(r, z),$$

потому что среда двумерная осесимметричная и уравнение Пуассона решается во всей области (r, z). В их работе 2026 года прямо используется 2D распределение сопротивления $\rho(r, z)$, причём радиальные и вертикальные переходы задаются сигмоидальными функциями. (Даниловский и др., 2026)

Но прибор даёт только сечение этого поля вдоль скважины:

$$\varphi_{obs}(z) = \varphi(r = r_{well}, z).$$

Поэтому для *этой конкретной обратной задачи* схема такая:

$$\text{2D среда} \rightarrow \varphi(r, z) \text{2D} \rightarrow SP(z) \text{1D}.$$

А уже из $SP(z)$ они оценивают, например, *минерализацию пластовой воды* и транспортное число катионов T_+. В работе 2026 года именно эти параметры оцениваются по реальным данным ПС; сама статья формулирует задачу через уравнение Пуассона с электрохимическим источником. (Даниловский и др., 2026)

В работе 2024 года Глинских и Эпова название прямо говорит об «аппроксимации диаграмм ПС … для экспресс-определения минерализации пластовой воды». (РНФ, 2026)

Поэтому наше предыдущее обсуждение векторности здесь нужно уточнить: *векторное поле*

$$E = -\nabla\varphi$$

существует физически, но в этой задаче оно непосредственно не регистрируется как две компоненты $E_r(z)$ и $E_z(z)$. Измеряется именно *скалярный потенциал* $SP(z)$.

И это усиливает Ваше предыдущее замечание: у них для ПС действительно имеется *одна одномерная наблюдаемая функция*, тогда как математическая

модель среды и рассчитываемое поле — двумерные. Поэтому восстановление параметров двумерной среды возможно только при весьма сильной предварительной параметризации и привлечении априорной информации.

С. А. Гриценко: *А что имеет в виду Эпов, когда пишет мне: Уже около двух лет мы отошли от двумерных постановок к квази-трёхмерным (учёт реального корпуса зонда, лежащего на стенке скважины с определением не только трансверсально-изотропного удельного электрического сопротивления, но и второго электрического параметра относительной диэлектрической проницаемости с её частотной дисперсией). Также в последнее время удалось найти эффективное решение обратной задачи для потенциала поляризации с использованием сигмоидальных функций.*

GPT-5.6 Sol: *Я понимаю письмо Эпова так: в одном абзаце он кратко описывает два разных направления, и их не стоит смешивать.*

Первая часть — про *электромагнитный каротаж*. Раньше их расчёт часто был 2D осесимметричным: предполагалось, что зонд находится на оси скважины и геометрия не зависит от азимута. Если же реальный прибор лежит на стенке скважины, эта симметрия нарушается. Тогда поле уже нельзя полностью описать только координатами r и z; нужно учитывать положение корпуса в поперечном сечении. Отсюда его выражение *«квази-трёхмерная постановка»*. В опубликованной работе Эпова с соавторами 2024 года действительно используется трёхмерная расчётная область, векторное уравнение Гельмгольца, реальная геометрия трёхкатушечного зонда и тензор электропроводности. (Эпов и др., 2024)

То есть первая часть письма означает примерно следующее:

реальная 3D геометрия зонд–скважина + анизотропная среда → электромагнитные сигналы → инверсия электрофизических параметров.

Причём определяют уже не одно УЭС. Для трансверсально-изотропной среды УЭС фактически задаётся как минимум двумя величинами, например горизонтальной и вертикальной:

$$\rho_h(z), \rho_v(z).$$

А кроме этого они хотят определять ещё и

$$\varepsilon_r(\omega, z),$$

то есть *относительную диэлектрическую проницаемость и её частотную дисперсию*. То, что электромагнитные сигналы позволяют совместно оценивать проводимость и диэлектрическую проницаемость, у этой школы было показано ещё в работах по 2D-инверсии высокочастотного электромагнитного каротажа. (Glinskikh и др., 2013)

Поэтому первая часть письма фактически говорит: они увеличили и *геометрическую реалистичность прямой задачи*, и *число определяемых физических параметров.*

А вот вторая фраза:

«Также в последнее время удалось найти эффективное решение обратной задачи для потенциала поляризации с использованием сигмоидальных функций»

— это, по-моему, уже *отдельная задача ПС*, а не продолжение квази-3D электромагнитной инверсии.

Здесь есть важная тонкость. В опубликованной работе Эпова и Глинских 2022 года сигмоиды используются прежде всего для гладкого представления пространственных изменений УЭС и других коэффициентов в прямой задаче ПС. Авторы прямо объясняют, что ступенчатые функции заменяются сигмоидами, потому что в уравнении нужны производные; при увеличении крутизны сигмоида стремится к ступеньке. (Эпов и др., 2022)

А в работе Глинских–Эпов 2024 года уже действительно заявлен *алгоритм обратной задачи ПС*, основанный на аппроксимации измеренных сигналов простыми аналитическими функциями, с последующим определением минерализации пластовой воды. Это прямо указано в отчёте проекта РНФ. (РНФ, 2026)

Поэтому я бы расшифровал всё письмо так:

1. Электромагнитный каротаж: они перешли от осесимметричных 2D моделей к моделям, учитывающим реальную трёхмерную геометрию прибора и его эксцентричное положение; при инверсии хотят определять тензорные характеристики УЭС и $\varepsilon_r(\omega)$.

2. ПС: отдельно разработан более быстрый способ интерпретации кривой самопроизвольной поляризации, где вместо тяжёлой полной инверсии используются аналитические, вероятно сигмоидальные, аппроксимации сигнала или параметров модели.

И ещё важное уточнение: *из его письма я не могу доказать, что именно сигмоидальные функции входят непосредственно в последнюю формулу обратной задачи 2024–2026 гг.* В открытой публикации 2022 года сигмоиды точно относятся к параметризации коэффициентов прямой задачи, а в описании обратной задачи 2024 года говорится более широко о «простых аналитических функциях». Поэтому возможно, что Эпов в личном письме кратко объединил несколько последних разработок своей группы.

Иначе говоря, я бы не читал его фразу как одну единую «квази-3D обратную задачу». Это скорее *два достижения подряд*: новое поколение электромагнитной инверсии и отдельно новая быстрая инверсия ПС.

С. А. Гриценко: *А что это означает с точки зрения измерений — функций наблюдения?*

GPT-5.6 Sol: *С точки зрения функций наблюдения фраза Эпова означает, что у них в первой задаче измеряется уже не одна кривая по глубине, а набор одномерных кривых, причём часть из них дополнительно различается по частоте и по типу зонда.*

Для ВЭМКЗ приборы СКЛ измеряют *разность фаз* и *отношение амплитуд ЭДС в приёмных катушках*. По совместной инверсии этих сигналов определяются частотные зависимости электропроводности $\sigma(f)$ и относительной диэлектрической проницаемости $\varepsilon(f)$. В работе группы приведены частоты 0,875; 1,5; 3,7; 7,0 и 14 МГц. (Эпов и др., 2019)

То есть наблюдения можно записать примерно так:

$$\Delta\Phi_i(z),$$

$$A_i(z),$$

где i — номер частоты или зонда.

Если частот несколько, фактически имеем семейство функций:

$$\Delta\Phi(z, f_i),$$

$$A(z, f_i).$$

При дискретных частотах это несколько одномерных кривых по z. Если мысленно рассматривать частоту как непрерывную переменную, это уже две двумерные функции:

$$\Delta\Phi(z, f),$$

$$A(z, f).$$

Именно благодаря зависимости от частоты можно пытаться определять дисперсию

$$\sigma = \sigma(z, f),$$

$$\varepsilon = \varepsilon(z, f).$$

То есть здесь ситуация уже гораздо ближе к Вашей по информационной размерности, чем в задаче ПС.

Кроме того, для анизотропии они используют *разные типы каротажных зондов с разной чувствительностью к компонентам тензора проводимости*. В их статье прямо сказано: ВЭМКЗ/ВИКИЗ преимущественно чувствительны к тангенциальной компоненте, БКЗ — к вертикальной, БК — к радиальной; совместный комплекс позволяет оценивать элементы диагонального тензора проводимости. (Эпов и др., 2019)

Поэтому наблюдения для этой части можно представить как вектор функций:

$$D(z) = \{D_{\text{БКЗ}}(z), D_{\text{БК}}(z), \Delta\Phi_1(z), A_1(z), \dots, \Delta\Phi_N(z), A_N(z)\}.$$

То есть на каждой глубине z имеется *несколько независимых измеренных величин*.

А в новой квази-3D постановке, о которой Эпов пишет Вам, из-за корпуса зонда, лежащего на стенке скважины, вероятно добавляется зависимость сигналов от пространственной ориентации прибора. Но из самого письма нельзя точно установить, сколько именно каналов и какие компоненты они используют. Это уже требует конкретной публикации или описания аппаратуры.

Для второй задачи — *ПС* — всё гораздо беднее:

$$SP(z)$$

— одна одномерная функция глубины.

Поэтому две части его письма с точки зрения данных резко различаются:

электромагнитная квази-3D задача: много каналов × много частот × глубина, то есть фактически большой массив вида

$$D_k(z, f),$$

а возможно ещё с ориентационной зависимостью;

обратная задача ПС: одна кривая

$$SP(z).$$

Именно поэтому квази-3D электромагнитная задача может позволять восстанавливать несколько параметров — например ρ_h, ρ_v и $\varepsilon(f)$, — потому что измерения многоканальные и многочастотные.

А задача ПС по одной кривой намного сильнее нуждается в априорных ограничениях или специальной низкоразмерной параметризации.

Если сопоставить совсем кратко с Вашей ВСП:

у Вас: $u(x, t)$ — одна двумерная функция;

у них в ВЭМКЗ: набор функций $\Delta\Phi_i(z)$, $A_i(z)$, который при учёте частоты можно рассматривать как несколько функций двух переменных z и f;

у них в ПС: одна функция $SP(z)$.

Вот первая часть письма Эпова по информационной размерности действительно значительно богаче, чем мы сначала обсуждали.

С. А. Гриценко: *А чем отличаются дифференциальные уравнения поля у меня и у них?*

GPT-5.6 Sol:

Да. Если сравнивать именно дифференциальные уравнения поля, то у Вас и у Эпова есть два совершенно разных случая: его электромагнитный каротаж и его ПС. С Вашей задачей ближе первый, но и там различия фундаментальны.

У Вас — динамическое вязкоупругое волновое уравнение:

Для модели Максвелла его удобно записать системой

$$\rho u_{tt} = \frac{\partial \sigma_m}{\partial x},$$

$$\sigma_{m,t} + \alpha_R \sigma_m = M u_{xt}, \alpha_R = \frac{1}{\tau_R}.$$

Здесь $u(x,t)$ — наблюдаемое механическое волновое поле, $M(x)$ — модуль, $\tau_R(x)$ — время релаксации.

При локально постоянном α_R напряжение можно исключить и получить уравнение вида

$$\frac{\partial}{\partial x}(M u_{xt}) = \rho(u_{ttt} + \alpha_R u_{tt}).$$

То есть Ваше уравнение содержит одновременно x и t.

Это *нестационарная динамическая задача*. Волна действительно распространяется во времени, поэтому существенны начальные условия, скорость распространения, затухание и релаксация.

И главное для обратной задачи: неизвестные $M(x)$ и $\alpha_R(x)$ находятся *в коэффициентах того же уравнения, а всё поле* $u(x,t)$ *измерено*.

У Эпова в электромагнитном каротаже — уравнения Максвелла:

$$\nabla \times E = \frac{-\partial B}{\partial t},$$

$$\nabla \times H = J_s + \sigma E + \frac{\partial D}{\partial t},$$

где

$$D = \varepsilon E, B = \mu H.$$

Здесь уже поле *векторное*:

$$E = (E_x, E_y, E_z).$$

А электропроводность при анизотропии тоже не число, а тензор

$$\sigma.$$

Именно тензорную электропроводность и реальную трёхмерную геометрию зонда группа Эпова вводит в векторный конечно-элементный расчёт. (Эпов и др., 2024)

Но поскольку передатчик работает на заданной частоте, они обычно переходят к гармоническому представлению

$$E(r,t) = \Re\{E(r,\omega)e^{i\omega t}\}.$$

Тогда явная переменная t исчезает, и система Максвелла превращается в векторное уравнение типа Гельмгольца:

$$\nabla \times (\mu^{-1}\nabla \times E) - (\omega^2\varepsilon - i\omega\sigma)E = F.$$

Знак перед $i\omega\sigma$ зависит от принятого соглашения $e^{\pm i\omega t}$, но это здесь несущественно.

То есть для каждой частоты решается пространственная задача

$$E = E(x,y,z;\omega).$$

Очень важное отличие от Вас:

У Вас:

$$u = u(x,t)$$

и t *является реальной независимой координатой наблюдаемого поля*.

У них после перехода в частотную область:

$$E = E(x,y,z;\omega),$$

где ω — параметр отдельного эксперимента.

Если частот много, они получают набор

$$E(r,\omega_1), E(r,\omega_2), \ldots$$

и могут рассматривать это как спектрально-пространственные данные. Но это всё-таки не совсем то же самое, что Ваше непосредственно зарегистрированное $u(x,t)$.

Кроме того, *полное поле* $E(x,y,z;\omega)$ *они не измеряют*. Они рассчитывают его в прямой задаче, а прибором получают ЭДС в нескольких приёмных катушках при разных глубинах. В работе 2024 года прямо указано, что рассчитывается полное векторное поле, а наблюдением служит наведённая ЭДС двух приёмных катушек при движении зонда вдоль скважины. (Эпов и др., 2024)

Таким образом,

У Вас поле практически является данными,

а у них

поле в основном является промежуточным решением прямой задачи.

Это очень существенная разница.

Их задача ПС устроена ещё иначе:

Для самопроизвольной поляризации у них уже не уравнения Максвелла в волновой форме, а *уравнение Пуассона*:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \varphi) = \nabla \cdot J_s.$$

Или через сопротивление:

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla \varphi\right) = \frac{k_B T}{e} \nabla \cdot$$

Это именно уравнение, используемое их группой для моделирования ПС. (Даниловский и др., 2026)

В осесимметричном случае:

$$\varphi = \varphi(r, z),$$

но *времени вообще нет*.

Это стационарное эллиптическое уравнение.

Поэтому три задачи относятся к разным математическим классам:

	Ваша ВСП	ЭМ-каротаж Эпова	ПС Эпова
Поле	$u(x,t)$	$E(x,y,z;\omega)$	$\varphi(r,z)$
Тип поля	скалярное	векторное	скалярное
Время	есть непосредственно	обычно заменено частотой ω	нет
Тип PDE	волновое с релаксацией	система Максвелла / векторное Гельмгольца	Пуассон
Размерность прямой модели	1D пространство + время	3D пространство	2D (r,z)
Основные неизвестные среды	M, α_R	σ, ε	ρ, ρ_w, T_+
Наблюдается всё поле?	практически да: $u(x,t)$	нет	нет
Наблюдение	$u(x,t)$	ЭДС катушек вдоль z, несколько частот	$SP(z)$

Но самое принципиальное различие проявляется в обратной задаче:

У Вас дифференциальное уравнение можно рассматривать *в каждой точке зарегистрированного поля*:

$$L(M, \alpha_R)u = 0.$$

Вы знаете $u(x,t)$, поэтому можете вычислять

$$u_x, u_{xx}, u_{tt}, u_{ttt}, \ldots$$

и искать непосредственно коэффициенты уравнения.

И Вы воспользовались структурой PDE, чтобы сначала исключить α_R и определить $M(x)$, а затем определить $\alpha_R(x)$.

То есть:

$$u(x,t) \rightarrow \text{коэффициенты самого PDE}$$

без обязательного многократного моделирования полного поля.

У Эпова в электромагнитной задаче ситуация:

$$\{\sigma, \varepsilon\} \rightarrow E(x,y,z;\omega) \rightarrow \text{ЭДС приёмника}.$$

Но экспериментально $E(x,y,z;\omega)$ им *неизвестно*. Известно лишь несколько функционалов от этого поля — сигналы приёмных катушек.

Поэтому нельзя просто взять пространственные производные полного измеренного E и из уравнения Максвелла непосредственно получить σ и ε, как Вы делаете с u.

Им приходится решать обратную задачу примерно так:

$$\{\sigma, \varepsilon\} \rightarrow \text{решить Maxwell} \rightarrow D_{calc} \rightarrow D_{obs} - D_{calc} \rightarrow \text{изменить модель}.$$

В ПС отличие ещё сильнее:

Там

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \varphi) = f,$$

но им известно не всё

$$\varphi(r,z),$$

а только его след на линии скважины:

$$\varphi_{obs}(z).$$

Поэтому они *не знают*

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r}$$

во всём пространстве и тем более

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}.$$

Следовательно, само двумерное дифференциальное уравнение нельзя непосредственно использовать для локального определения его коэффициентов из данных.

Вот здесь, по-моему, проходит самая глубокая граница между Вашей и их постановкой.

У Вас:

Измерена практически вся функция, входящая в PDE:

$$u(x,t).$$

Поэтому известны обе независимые координаты поля, и PDE можно превратить в локальное уравнение относительно неизвестных коэффициентов.

У них:

PDE содержит

$$\varphi(r,z)$$

или

$$E(x,y,z),$$

но измерена только небольшая часть этих функций.

Поэтому они вынуждены *достраивать ненаблюдаемое поле решением прямой задачи*.

И именно поэтому Ваш подход к обратной задаче столь отличается: Вы фактически используете *измеренное решение дифференциального уравнения целиком*, тогда как у них измеряются лишь функционалы или след этого решения.

С. А. Гриценко: *И без априорной информации они не могут обойтись, так как иначе решение становится неединственным.*

GPT-5.6 Sol: *Да. В общем случае — именно так.*

Причина в том, что у них наблюдения неполны относительно размерности поля и среды. Например, для ПС:

$$\varphi = \varphi(r, z)$$

— двумерное поле, а измеряется только

$$\varphi_{\text{obs}}(z).$$

То есть известен лишь *след двумерного поля на линии скважины*.

Если пытаться без дополнительных ограничений восстановить, например,

$$\rho(r, z),$$

то одна и та же кривая $\varphi(z)$ может быть получена для разных двумерных распределений $\rho(r, z)$, минерализации, зон проникновения и других параметров. Поэтому обратный оператор имеет ненулевое ядро и задача становится неединственной.

Схематически:

$$m_1(r, z) \neq m_2(r, z),$$

но при этом

$$F[m_1](z) = F[m_2](z),$$

где F — оператор прямой задачи, переводящий модель среды в наблюдаемую кривую.

Поэтому им приходится вводить априорные ограничения, например число пластов, положение границ, цилиндрическую геометрию зон проникновения, трансверсальную изотропию, диапазоны УЭС, известный диаметр скважины, свойства бурового раствора, гладкость решения, сигмоидальную форму переходов, совместную интерпретацию нескольких методов каротажа.

После этого вместо произвольной функции

$$m(r, z)$$

они фактически ищут конечный набор параметров

$$m = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}.$$

И задача уже может стать практически определимой.

Но здесь есть важная тонкость: априорная информация решает не только проблему *неединственности*, но часто ещё и проблему *неустойчивости*.

Даже если формально решение единственно, малое изменение данных

$$\delta d$$

может вызывать большое изменение модели

$$\delta m.$$

Поэтому применяют регуляризацию:

$$\min_m [\| F(m) - d \|^2 + \lambda R(m)],$$

где $R(m)$ — условие гладкости, близости к априорной модели, минимальной нормы и т. п.

И здесь отличие от Вашей задачи очень существенное.

У Вас наблюдается всё поле

$$u(x,t),$$

а восстанавливаются только две одномерные функции

$$v(x), \tau_R(x).$$

То есть размерность данных намного богаче относительно размерности неизвестных. Более того, Вы используете само дифференциальное уравнение для локального разделения коэффициентов.

Поэтому у Вас априорная модель типа «здесь должно быть 10 пластов» или «границы должны быть сигмоидальными» не является принципиально необходимой частью самой постановки.

Можно сформулировать совсем коротко:

У них априорная информация восполняет недостающую информацию измерений.

А у Вас:

Недостающая информация в значительной степени содержится в самой двумерной функции $u(x,t)$.

Это, пожалуй, одно из главных математических различий двух подходов.

С. А. Гриценко: *Вы привели слишком много априорных условий, а нужно одно математическое условие.*

GPT-5.6 Sol: *Да. Всё перечисленное мной раньше — частные способы реализовать одно общее математическое условие.*

Оно формулируется так:

$$m(r,z) \in M_{adm},$$

где M_{adm} — *заранее заданный допустимый класс двумерных моделей*, на котором оператор наблюдения F должен быть однозначным:

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow m_1 = m_2.$$

То есть единственное принципиальное априорное условие:

неизвестная двумерная среда должна принадлежать ограниченному классу моделей, для которого одномерные наблюдения однозначно определяют модель.

В контексте нашего разговора ещё нагляднее записать этот класс как

$$m(r,z) = G\big(r, q(z)\big),$$

где зависимость от r задаётся априори функцией G, а неизвестной остаётся только одна функция

$$q = q(z).$$

Тогда исходная задача

$$d(z) = F[m(r,z)]$$

превращается в

$$d(z) = \tilde{F}[q(z)].$$

И условие единственности становится просто

$$\tilde{F}[q_1] = \tilde{F}[q_2] \Rightarrow q_1 = q_2.$$

Вот это, по-моему, и есть та *одна математическая формулировка*, которую Вы ищете: *априорное понижение класса неизвестных двумерных функций до класса, однозначно параметризуемого меньшим числом функций или параметров*.

В Вашей задаче такого искусственного понижения размерности среды не требуется: $u(x,t)$ уже содержит дополнительную независимую переменную t, а неизвестные $v(x)$ и $\tau_R(x)$ являются одномерными функциями.

С. А. Гриценко: *Или нужно найти такие функции среды, которые определяются по их наблюдениям? Этому посвящено немало работ, которые вы перечислили, в том числе классических.*

GPT-5.6 Sol: *Да. Это более точная постановка.*

Не обязательно пытаться восстановить всю двумерную среду $m(r,z)$. Можно искать такую функцию от среды

$$q(z) = G[m(r,z)],$$

которая *однозначно или достаточно устойчиво определяется наблюдаемой кривой*

$$d(z).$$

То есть вместо задачи

$$d(z) \to m(r,z),$$

которая обычно неединственна, ставится задача

$$d(z) \to q(z),$$

где $q(z)$ — не вся среда, а некоторая её наблюдаемая характеристика.

Именно этому посвящена значительная часть классической и современной электроразведки.

Например, в методе ПС Revil с соавторами восстанавливают по измеренному потенциалу не всё распределение электрофизических свойств, а *форму и глубину пьезометрической поверхности* $h(x)$. То есть одна функция наблюдения превращается в одну физически содержательную функцию среды. (Revil и др., 2003)

Другой пример — Minsley, Sogade и Morgan. Они вообще отказываются от непосредственного восстановления полной геоэлектрической модели и ищут *распределение источников SP*, то есть функцию, которая непосредственно отвечает за наблюдаемый потенциал. Авторы прямо отмечают, что полная задача неединственна, поэтому восстанавливается определённый класс источников, совместимый с наблюдениями. (Minsley и др., 2007)

В классической электроразведке эта идея ещё старше. В ВЭЗ часто существуют комбинации параметров слоя, которые определяются существенно лучше, чем сами мощность h и сопротивление ρ по отдельности. Например, параметры Дар-Заррука:

$$S = \frac{h}{\rho}$$

— продольная проводимость,

и

$$T = h\rho$$

— поперечное сопротивление.

При эквивалентности разных слоистых моделей отдельные h и ρ могут быть неустойчивыми или неоднозначными, тогда как S или T определяются гораздо надёжнее. Это как раз классический пример того, что обратная задача может не определять всю среду, но хорошо определять *некоторый функционал от неё.*

Поэтому математически правильнее сформулировать так:

$$d = F[m],$$

где m — полная среда.

Даже если F^{-1} не существует однозначно, может существовать другой оператор G, такой что

$$q = G[m]$$

остаётся одинаковым для всех моделей, дающих одни и те же наблюдения:

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow G[m_1] = G[m_2].$$

Тогда q является *идентифицируемой характеристикой среды*.

Вот это, по-моему, ключевой момент.

То есть для задачи Эпова правильный вопрос может быть не:

«Как по $SP(z)$ восстановить двумерную среду?»

а:

«Какая одномерная функция $q(z)$, связанная с двумерной средой, однозначно определяется кривой $SP(z)$?»

И это уже очень близко по философии к Вашей задаче. Вы ведь тоже фактически нашли не всю микроструктуру вязкоупругой среды, а такие макроскопические функции

$$v(x), \tau_R(x),$$

которые определяются из наблюдаемого поля.

Разница только в том, что у Вас они выводятся непосредственно из PDE и полного поля $u(x,t)$, а в электроразведке такие идентифицируемые функции часто ищут через свойства интегрального оператора, эквивалентность моделей и физически осмысленные комбинации параметров.

Иными словами, Вы сейчас сформулировали более общий принцип:

Если среда целиком не идентифицируема, надо искать идентифицируемые функции от среды.

Это действительно одна из центральных идей теории обратных задач.

С. А. Гриценко: *А почему же группа Эпова не пользуется этим общим принципом?*

GPT-5.6 Sol: *По опубликованным работам я бы теперь сказал: группа Эпова этим общим принципом пользуется, но не формулирует его в той абстрактной форме, к которой мы пришли.*

Математически мы сформулировали принцип так. Пусть полная среда m по данным d не определяется однозначно:

$$d = F[m],$$

и существуют разные среды

$$m_1 \neq m_2, F[m_1] = F[m_2].$$

Тогда вместо восстановления всей m следует искать такую характеристику

$$q = G[m],$$

для которой

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow G[m_1] = G[m_2].$$

То есть искать *то, что действительно идентифицируется данными*.

И как раз в работах группы Эпова можно увидеть несколько вариантов этой идеи.

В работе Глинских–Эпов 2024 года по ПС они фактически делают именно это: не пытаются по одной кривой $SP(z)$ восстановить всю двумерную структуру $\rho(r,z), \rho_w(r,z), T_{+(r,z)}$, а используют аналитическую аппроксимацию диаграммы для *экспресс-определения минерализации пластовой воды*. То есть практически:

$$SP(z) \rightarrow C_w(z) \text{или параметры } C_w,$$

а не

$$SP(z) \rightarrow \text{вся двумерная среда}.$$

Название самой статьи это прямо отражает: «Аппроксимация диаграмм … для экспресс-определения минерализации пластовой воды». (РНФ, 2026)

И в работе 2026 года они опять не заявляют восстановление произвольной двумерной среды из SP. Они используют физическую 2D-модель прямой задачи, но по полевым данным получают прежде всего *минерализацию пластовой воды и катионное транспортное число*. (Даниловский и др., 2026)

Более ранняя линия работ тоже показывает похожее мышление. Например, в 2005 году Глинских и Эпов изучали пространственную чувствительность сигналов и вводили псевдогеометрические факторы, то есть исследовали, *какие интегральные характеристики среды действительно отражаются в измеряемом сигнале*. (Glinskikh, Epov, 2005)

А в 2009 году они заменяли детальную слоистую модель непрерывной функцией проводимости и отмечали роль среднего значения проводимости. (Glinskikh, Epov, 2009)

Поэтому правильнее поставить вопрос несколько иначе:

почему они наряду с поиском определяемых характеристик продолжают восстанавливать достаточно подробные 2D и квази-3D модели?

Здесь ответ уже виден из их работ. Их электромагнитные данные гораздо богаче одной кривой SP: одновременно используются относительные амплитуды, фазовые сдвиги, несколько зондов и несколько частот.

Совместная инверсия амплитуд и фаз позволяла им восстанавливать пространственное распределение проводимости и оценивать диэлектрическую проницаемость уже в работе 2013 года. (Glinskikh и др., 2013)

В более поздних работах они совместно используют разные электрические и электромагнитные методы для оценки анизотропии, диэлектрической проницаемости и других параметров. (Эпов и др., 2019)

Поэтому при богатом наборе наблюдений они идут по пути

$$D_1(z), D_2(z), \dots, D_N(z) \rightarrow \text{параметризованная 2D/3D модель.}$$

А при бедном наблюдении типа одного $SP(z)$ они фактически переходят к

$$SP(z) \rightarrow \text{одна или несколько определяемых характеристик.}$$

То есть противоречия нет.

Но есть более тонкий момент. *Я не нашёл у них явной общей постановки:* «найдём все функционалы $G[m]$, инвариантные относительно класса эквивалентных моделей $F[m] = d$ ». Их публикации обычно идут от конкретной физической задачи: сопротивление, диэлектрическая проницаемость, минерализация, транспортное число, зоны проникновения и т. д. Они выбирают физически нужные параметры и строят инверсию для них.

А мы сейчас сформулировали проблему на более общем уровне:

Не сначала выбрать желаемый параметр, а сначала выяснить, что вообще однозначно содержится в данных.

Это существенно другой порядок рассуждения.

И именно здесь, на мой взгляд, появляется интересная точка для разговора с Эповым. Можно было бы спросить его буквально:

«Рассматривали ли Вы задачу не восстановления заранее параметризованной двумерной модели, а поиска тех функционалов двумерной среды, которые однозначно определяются непосредственно измеренными одномерными или многоканальными каротажными данными?»

Это уже очень конкретный математический вопрос, и ответ Эпова мог бы показать, насколько далеко их школа заходила именно в теорию идентифицируемых характеристик, а не только в численную инверсию.

С. А. Гриценко: *Я думаю, они не пользовались этим подходом, потому что он математически сложнее, но зато позволяет решать вопросы единственности.*

GPT-5.6 Sol:

Да, это вполне правдоподобное объяснение — но я бы сформулировал его осторожнее: это наш вывод, а не установленный факт о мотивах группы Эпова.

Математически действительно проще идти от заранее выбранной параметризации среды:

$$m(r, z; p)$$

и искать конечный набор параметров p, минимизируя

$$\| F[m(p)] - d \|^2.$$

Здесь вопрос единственности частично «решается» самим выбором ограниченного семейства моделей: мы заранее не допускаем огромного числа возможных $m(r, z)$.

Гораздо глубже поставить вопрос иначе:

$$d = F[m],$$

и *ничего заранее не предполагать о конкретной форме* m, а исследовать классы эквивалентности

$$[m]_F = \{\tilde{m} : F[\tilde{m}] = F[m]\}.$$

После этого искать функции или функционалы $G[m]$, которые одинаковы для всего класса:

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow G[m_1] = G[m_2].$$

Тогда величина

$$q = G[m]$$

однозначно определяется данными, даже если сама m не определяется.

Это математически существенно труднее, потому что надо исследовать не просто работу численного алгоритма, а структуру самого оператора F: его ядро, эквивалентные модели, чувствительность, инварианты.

Зато результат значительно сильнее. Можно строго сказать:

полную двумерную среду эти наблюдения не определяют, но вот эта функция среды определяется однозначно.

Именно этим ценны классические результаты типа параметров Дар-Заррука: отдельные ρ_i и h_i могут быть эквивалентны, но определённые их комбинации существенно лучше определяются наблюдениями.

Для задачи Эпова это могло бы выглядеть так:

$$SP(z) = F[m(r, z)]$$

и вместо требования найти $m(r,z)$ поставить задачу:

$$\text{найти } q(z) = G[m(r,z)]$$

такую, что

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow q_1(z) = q_2(z).$$

Вот это уже непосредственно отвечает на вопрос *единственности*.

Причём я бы даже сказал немного точнее, чем Вы: такой подход не обязательно делает полную обратную задачу единственной. Он позволяет *выделить единственную определяемую часть решения*. Неидентифицируемая часть среды остаётся неединственной, но мы перестаём требовать от данных того, чего они физически не содержат.

И это очень близко к тому, что получилось у Вас: Вы не пытаетесь восстановить микроскопическое устройство вязкоупругой среды, а восстанавливаете те макропараметры $v(x)$ и $\tau_R(x)$, которые содержатся в измеренном динамическом поле.

С. А. Гриценко: *А можно ли вообще в задаче Эпова построить такую же локальность, как в моей: чтобы конечный участок исходных данных определял параметр среды в соответствующей точке?*

GPT-5.6 Sol: Для исходной задачи ПС — в строгом смысле нет. И это важное уточнение: отсутствие такой локальности у Эпова не просто недостаток выбранного алгоритма, а следствие физико-математической природы его задачи.

Поле ПС описывается эллиптическим уравнением типа

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \varphi) = \nabla \cdot J_s$$

Если локально изменить параметры среды в небольшой области, то возмущение потенциала можно представить через функцию Грина:

$$\delta\varphi(x) = \int G(x,y)\, q(y)\, dy$$

Даже если $q(y)$ отлично от нуля только в малой области, функция Грина эллиптического оператора в общем случае не обращается точно в нуль за некоторым конечным расстоянием. Поэтому локальное изменение среды влияет, вообще говоря, на потенциал во всех точках наблюдения. С расстоянием влияние может быстро уменьшаться и практически становиться малым, но строгой конечной базы данных вида

$$[z - L, z + L] \to m(z)$$

здесь нет.

Следовательно, локальность Вашего типа в исходной задаче Эпова физически невозможна. Поэтому было бы неправильно ставить Эпову в недостаток само отсутствие такого локального оператора.

Сигмоидальная аппроксимация создаёт некоторую эффективную локализованность: отдельный пласт преимущественно изменяет форму диаграммы в соответствующей области глубин. Но это не строгая локальность исходного эллиптического PDE. У сигмоидальных функций имеются протяжённые хвосты, а параметры всех вкладов определяются совместно по рассматриваемой диаграмме.

Именно здесь возникает важное сходство метода Эпова с FWI.

В FWI отдельное локальное изменение среды тоже имеет определённую пространственную структуру чувствительности в данных. Но обратная модель ищется не локально, а из глобального функционала невязки:

$$\Phi(m) = \sum |d_{obs} - d_{calc}(m)|^2$$

То есть локальная физическая чувствительность прямой задачи не превращается автоматически в локальный обратный оператор.

У Глинских–Эпова логика аналогична:

вся рассматриваемая диаграмма ПС → глобальная невязка → совместный подбор параметров сигмоидов.

Разница в вычислительной реализации существенна: FWI использует исходный PDE при расчёте отклика, а Глинских–Эпов заменяют многократный прямой расчёт параметрической аналитической аппроксимацией диаграммы ПС. Поэтому их метод нельзя называть FWI в строгом смысле.

Но по структуре обращения они родственны:

FWI — глобальная инверсия через минимизацию невязки; Глинских–Эпов — глобальная параметрическая инверсия на основе аналитической аппроксимации диаграммы; Гриценко — локальная идентификация коэффициентов непосредственно из наблюдаемого поля.

У Вас конечная база наблюдений задаётся способом вычисления производных, и параметр в данной точке определяется по этой базе. Поэтому локальность является свойством самого обратного алгоритма.

Сначала идентифицируемость, потом алгоритм: сравнение с FWI

С. А. Гриценко: *Это важнее и правильнее: сначала найти, что в среде определяется по исходным данным, а потом определять именно это. Тогда возникают*

инверсные алгоритмы, а не попытки определять всю среду, не понимая, что в ней вообще можно определить. Иначе возникают всякие FWI с безобразно машиноёмкими переборами, ничем не обоснованными.

GPT-5.6 Sol:

Да. Я бы только немного уточнил Вашу формулировку: проблема FWI не в том, что сам метод «ничем не обоснован». FWI имеет строгую постановку как PDE-constrained optimization. Но оптимизация сама по себе не отвечает на более фундаментальный вопрос: какие характеристики среды вообще однозначно содержатся в данных. Современные обзоры прямо относят к проблемам FWI неединственность, нелинейность, локальные минимумы и cycle skipping. (Métivier, Brossier, 2026)

На мой взгляд, Вы сейчас формулируете более правильную последовательность решения обратной задачи.

Пусть наблюдения

$$d = F[m],$$

где m — полная модель среды.

Сначала надо установить эквивалентность моделей:

$$m_1 \sim m_2 \Leftrightarrow F[m_1] = F[m_2].$$

То есть выяснить: *какие разные среды принципиально неразличимы данным экспериментом*.

Затем искать не обязательно саму m, а такие функции или функционалы

$$q = G[m],$$

которые одинаковы для всех эквивалентных моделей:

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow G[m_1] = G[m_2].$$

Тогда именно q является тем, что *физически содержится в исходных данных*.

И только после этого имеет смысл строить алгоритм

$$d \to q.$$

Вот это я бы назвал подходом *«идентифицируемость прежде инверсии»*.

Он гораздо сильнее обычного:

$$\text{выбрали модель } m \to \min_m \| F[m] - d \|^2.$$

Потому что во втором случае оптимизатор может найти некоторую модель m , прекрасно воспроизводящую данные,

$$F[m\ ] \approx d,$$

но из этого совершенно не следует, что именно эта модель определяется данными. Может существовать целое семейство

$$m_1, m_2, \dots, m_N$$

с практически одинаковыми синтетическими данными.

Тогда регуляризация

$$\min_m \{\| F[m] - d \|^2 + \lambda R[m]\}$$

фактически выбирает *одного представителя из семейства допустимых решений*. Выбранная модель зависит уже не только от наблюдений, но и от $R[m]$, начальной модели, параметризации и других предположений. Это нормальная и осознанная часть современной инверсии, но её нельзя путать с доказательством того, что все восстановленные детали определяются самими данными. В теории обратных задач именно параметризация, разрешающая способность и неопределённость рассматриваются как отдельные фундаментальные вопросы. (Tarantola, 2005)

И здесь Ваша критика вычислительной стороны FWI особенно понятна. Типичный FWI многократно выполняет:

$$m^{(k)} \to \text{решение волнового уравнения} \to d_{calc}^{(k)} \to d_{calc}^{(k)} - d_{obs} \to \nabla J \to m^{(k+1)}.$$

То есть прямое и сопряжённое волновые уравнения решаются многократно для большого числа источников и итераций. Именно высокая размерность пространства моделей и многократное решение полной прямой задачи делают FWI вычислительно тяжёлым. (Malinowski и др., 2011)

При этом остаётся проблема: если целевой параметр плохо идентифицируется данными, увеличение числа итераций *не добавляет новой информации*. Оно лишь всё тщательнее ищет модель внутри уже заданной постановки.

Поэтому я бы разделил два совершенно разных вопроса:

Что можно определить из данных?

и только затем

Как это наиболее эффективно определить?

В FWI эти два вопроса часто практически объединяются: заранее выбирают $v(x,z)$, V_P, V_S, ρ, Q или другой набор параметров и затем пытаются их восстановить оптимизацией. В многопараметрической FWI

проблема становится особенно заметной из-за взаимного влияния параметров и trade-off'ов. Современная литература поэтому уделяет много внимания параметризации, начальным моделям, регуляризации и способам смягчить неединственность и нелинейность. (Métivier, Brossier, 2026)

А Ваш подход концептуально идёт в другом порядке. Вы начали с уравнения и измеренного $u(x,t)$, установили, какие коэффициенты из него можно выделить, получили сначала $M(x)$, затем $\alpha_R(x)$, и уже из этого возник конкретный алгоритм. То есть *алгоритм является следствием анализа определяемости*, а не способом угадать среду перебором моделей.

Я бы сформулировал Вашу мысль почти как общий методологический принцип:

Задача инверсии должна начинаться не с выбора алгоритма восстановления модели, а с определения того, какие функции среды однозначно и устойчиво определяются имеющимися наблюдениями. Только для этих определяемых функций следует строить инверсные алгоритмы.

Это уже выходит за рамки сравнения Вашей работы с Эповым. Это вполне самостоятельная позиция относительно постановки геофизических обратных задач.

С. А. Гриценко: *Но пока в литературе побеждает FWI.*

GPT-5.6 Sol: *Да. По состоянию на 2026 год именно FWI доминирует в публикациях, методических разработках и промышленном внимании, особенно в сейсмике. Это видно даже по совсем свежему обзору Métivier & Brossier: авторы рассматривают почти 40 лет развития FWI и пишут, что некоторые его варианты уже стали промышленным стандартом.* (Métivier, Brossier, 2026)

Но это не означает, что FWI «победил» вопрос единственности. Наоборот, тот же обзор прямо формулирует основные проблемы как *ill-posedness, non-convexity, nonlinearity и solution non-uniqueness*. То есть за десятилетия огромное количество работ посвящено тому, как заставить работать оптимизацию при этих фундаментальных ограничениях. (Métivier, Brossier, 2026)

И совсем свежая работа 2026 года по неопределённости FWI говорит ещё жёстче: реальные томографические задачи остаются сильно неединственными из-за ограниченной геометрии наблюдений, шума, нелинейности и недоопределённости модели. Поэтому авторы переходят уже к оценке *семейства возможных моделей*, а не считают найденную оптимальную модель единственной истинной средой. (Zhao, Curtis, 2026)

Получается любопытная историческая ситуация.

Основная линия FWI:

$$m \to F[m] \to \| F[m] - d \|^2 \to m \quad .$$

То есть сначала решили: «будем определять модель m», а затем сорок лет совершенствуют способы найти её при огромной размерности пространства моделей.

А тот принцип, к которому мы пришли, начинается на один шаг раньше:

$$d = F[m]$$

и прежде всего спрашивает:

$$\text{Что именно в } m \text{ определяется этими } d?$$

Только после ответа вводится

$$q = G[m]$$

и строится

$$d \to q.$$

Это действительно другой порядок решения задачи.

Причём современная литература постепенно приближается к этой проблеме, хотя в основном остаётся внутри парадигмы FWI. Например, работа 2025 года называется буквально *"Designing full waveform inverse problems"*: там одновременно оптимизируют систему наблюдений и *параметризацию модели*, чтобы уменьшить размерность обратной задачи и повысить информационность данных. Авторы прямо отмечают, что стандартная дискретизация создаёт высокоразмерное, фактически перепараметризованное пространство моделей. (Mercier и др., 2025)

Это уже шаг в сторону Вашего рассуждения, но всё-таки не полный переход к вопросу

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow \text{что обязательно одинаково у } m_1, m_2?$$

Почему же FWI пока «побеждает»? Думаю, причины в основном практические. Он даёт красивую пространственную модель, естественно использует существующие численные решатели волнового уравнения, хорошо масштабируется на мощные GPU, вписывается в промышленную технологию обработки и позволяет постепенно улучшать результат. Поэтому вокруг него сложилась огромная технологическая экосистема.

А поиск *идентифицируемых функций среды* требует предварительного математического анализа конкретного оператора F. Здесь нельзя взять универсальный оптимизатор и применить его к любой задаче. Для каждого типа данных приходится выяснять структуру эквивалентности, ядро

оператора, инварианты и устойчиво определяемые комбинации параметров. Это значительно сложнее теоретически.

Но выигрыш принципиальный:

Мы заранее знаем, что получаем именно то, что содержится в данных.

Поэтому я бы различал две вещи: *FWI сегодня побеждает технологически и по числу публикаций; вопрос о том, является ли это наиболее фундаментально правильной постановкой обратной задачи, остаётся открытым.*

И интересно, что сама современная литература по FWI всё чаще вынуждена возвращаться к тем вопросам — параметризация, разрешающая способность, information content, uncertainty, — которые фактически являются частями более общего вопроса *«что данные действительно определяют?»*. (Zhao, Curtis, 2026)

С. А. Гриценко: *Недавно появился ещё третий путь, связанный с нейронными сетями и их обучением. Каковы его перспективы?*

GPT-5.6 Sol: *Перспективы у нейросетевого пути большие, но я бы разделил вычислительный успех нейросети и решение самой обратной задачи. С точки зрения нашего разговора это принципиально.*

Пусть прямая задача имеет вид

$$d = F[m],$$

где m — среда, d — наблюдения. При обычном обучении создаются тысячи пар

$$m_i \to d_i = F[m_i],$$

а затем сеть N_θ обучают обратному отображению

$$N_\theta(d) \approx m.$$

После обучения это чрезвычайно привлекательно:

$$d_{obs} \overset{N_\theta}{\to} m$$

может выполняться практически мгновенно. Именно скорость после обучения считается одним из главных преимуществ AI-инверсии; современные обзоры отмечают перспективность таких методов для повторной и близкой к реальному времени томографии. (Ahmed, Güneyli, 2025)

Но здесь возникает *тот самый вопрос единственности, который мы обсуждали*.

Предположим,

$$m_1 \neq m_2,$$

но

$$F[m_1] = F[m_2] = d.$$

Тогда для одного входа d обычная детерминированная нейросеть должна выдать один результат:

$$N_\theta(d) =?$$

Она физически не может одновременно вернуть и m_1, и m_2.

Следовательно, обучение *не устранило неединственность исходной задачи*.

Оно лишь научило сеть выбирать некоторого представителя из множества эквивалентных моделей — в соответствии с тем, какие модели преобладали в обучающей выборке.

Это чрезвычайно существенно. Априорная информация никуда не исчезает. Она просто переносится из явно заданных ограничений

$$R[m]$$

в *распределение обучающих моделей*.

Именно поэтому нейросеть может показать великолепные результаты на синтетических тестах, построенных из того же семейства моделей, на котором она обучалась, и заметно ухудшиться при переходе к другой геологии. Проблемы generalization и out-of-distribution данных сейчас считаются одними из главных ограничений геофизического AI. (Ahmed, Güneyli, 2025)

Более того, если обучение производится по среднеквадратичной ошибке, то при неединственности сеть в статистическом смысле склонна приближаться к некоторой условной средней характеристике

$$N_\theta(d) \sim E[m \vee d],$$

а такая «средняя модель» при многомодальном множестве решений может вообще не соответствовать ни одной реальной геологической модели.

Поэтому я вижу четыре различных перспективы нейросетевой инверсии.

1. Чистая прямая нейросетевая инверсия $d \to m$. Она чрезвычайно быстра после обучения и будет широко применяться там, где класс моделей хорошо ограничен и имеется большая представительная выборка. Но как фундаментальное решение общей обратной задачи она наиболее уязвима: результат зависит от обучающего множества, а неединственность маскируется, а не устраняется.

2. Physics-informed подходы. В loss добавляют условие выполнения дифференциального уравнения:

$$J(\theta) = J_{data} + \lambda J_{PDE}.$$

Это значительно разумнее: сеть уже не свободна выдавать произвольную модель. Поэтому сегодня быстро развивается physics-informed seismic inversion. Обзор 2025 года показывает несколько способов внедрения физики — через архитектуру сети, ограничения данных и функцию потерь; цель как раз состоит в уменьшении многозначности и повышении физической интерпретируемости. (Song и др., 2025)

Но даже выполнение PDE *не доказывает единственность коэффициентов*: две различные среды могут удовлетворять одному PDE и давать одинаковые доступные наблюдения.

3. Генеративные и вероятностные сети. Здесь произошёл важный концептуальный сдвиг. Вместо

$$d \to m$$

пытаются находить

$$p(m \vee d),$$

то есть множество возможных сред с их вероятностями. Это честнее при неединственности. Современный обзор Bayesian geophysical inversion 2026 года специально рассматривает глубокое обучение как средство задания геологических priors, ускорения прямой задачи и построения вероятностной инверсии. (Liu и др., 2026)

4. Нейронные операторы и суррогатные модели. Сеть может обучаться не самой обратной задаче, а оператору прямой задачи F. Тогда вместо тысяч дорогих решений PDE используется быстрый нейронный суррогат:

$$m \overset{N_\theta}{\to} d.$$

После этого он ускоряет FWI, Bayesian inversion или Monte Carlo. Этот путь, вероятно, будет очень важен вычислительно, но он опять-таки ускоряет поиск — он сам по себе не решает вопрос, *что определяется данными*. Современные обзоры именно гибридные физико-ML методы называют одним из основных направлений дальнейшего развития. (Hosseinzadeh и др., 2025)

А теперь самое интересное в контексте нашего разговора.

Я думаю, существует значительно более сильное сочетание нейронной сети с тем принципом, к которому мы пришли.

Сначала математически исследуется

$$d = F[m]$$

и находится функция

$$q = G[m],$$

для которой доказано или хотя бы установлено, что

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow G[m_1] = G[m_2].$$

То есть q *действительно определяется исходными данными*.

И только после этого обучается сеть

$$N_\theta : d \to q.$$

Тогда нейронная сеть уже не пытается «угадать всю Землю». Она выполняет совсем другую функцию: является *быстрым и устойчивым вычислителем математически определяемой характеристики среды*.

Получается последовательность:

Данные $\rightarrow$ *анализ идентифицируемости* $\rightarrow q \rightarrow$ *обучение быстрого инверсного оператора.*

а не

Данные $\rightarrow$ *огромная сеть* $\rightarrow$ *вся модель среды.*

Мне представляется, что именно этот вариант имеет наибольшую научную перспективу.

И тогда три направления, которые мы обсуждали, можно расположить очень ясно:

$$\text{FWI}: d \to \min_m \| F[m] - d \|^2$$

— ищем одну полную модель оптимизацией;

$$\text{чистый AI}: d \to N_\theta(d) \approx m$$

— учимся выдавать модель по примерам;

$$\text{идентифицируемость} + \text{AI}: d \to q, q = G[m]$$

— сначала выясняем, *что содержится в данных*, а затем учим сеть максимально быстро и устойчиво это извлекать.

Последний путь использует сильную сторону математики — *единственность и физическую осмысленность* — и сильную сторону нейросетей — *быстрое нелинейное отображение огромных массивов данных после обучения*.

Поэтому я не думаю, что нейросети в конечном счёте просто «победят FWI». Вероятнее, границы будут стираться: физические PDE, анализ

идентифицируемости, вероятностная оценка неопределённости и обучаемые операторы будут объединяться. Именно движение к гибридным, физически согласованным и uncertainty-aware системам видно в литературе 2025–2026 годов. (Hosseinzadeh и др., 2025)

А *чистая нейросеть* $d \to m$ *без предварительного ответа на вопрос «определяется ли* m *этими данными?» имеет, по существу, тот же логический недостаток, который Вы отмечаете у FWI*: она начинает с алгоритма раньше, чем решён вопрос об определяемости искомого.

3. Заключение GPT-5.6 Sol

В продолжении беседы главный акцент сместился от сравнения конкретных алгоритмов к более общему вопросу: *что именно в среде содержится в наблюдениях и потому в принципе может быть восстановлено*.

Первое уточнение касается размерности и характера данных. Для ПС полная прямая задача двумерна,

$$\varphi = \varphi(r, z),$$

но непосредственно наблюдается только одна одномерная функция

$$SP(z).$$

Векторное электрическое поле $E = -\nabla\varphi$ существует физически, однако стандартный ПС-каротаж не регистрирует независимо обе его компоненты. В электромагнитном каротаже ситуация богаче: измеряется семейство амплитудных и фазовых кривых для нескольких зондов и частот, то есть данные можно представить как набор функций $D_k(z, f)$; при азимутальной чувствительности возможна дополнительная переменная ориентации. Поэтому две части письма Эпова относятся к существенно различным по информационной ёмкости задачам: многоканальной квази-3D электромагнитной инверсии и отдельной инверсии одной кривой ПС.

Второе уточнение касается самих дифференциальных уравнений. В Вашей задаче наблюдаемое поле $u(x, t)$ является решением нестационарного вязкоупругого волнового уравнения, причём практически всё поле, входящее в PDE, доступно в измерениях. Это позволяет непосредственно использовать его производные для определения коэффициентов $M(x)$ и $\alpha_R(x)$. В электромагнитной задаче Эпова полное векторное поле $E(x, y, z; \omega)$ является внутренним решением системы Максвелла и непосредственно не наблюдается; регистрируются лишь функционалы от него — ЭДС приёмных катушек. В ПС наблюдается только след двумерного потенциального поля на линии скважины. Поэтому ненаблюдаемую часть поля приходится достраивать решением прямой задачи.

Из этого следует центральный вывод об априорной информации и единственности. Если

$$d = F[m]$$

и существуют разные модели $m_1 \neq m_2$, для которых

$$F[m_1] = F[m_2],$$

то полная среда по данным не идентифицируется. Один путь — априорно ограничить допустимый класс моделей так, чтобы оператор F стал однозначным на этом классе. Но более фундаментальный путь состоит в поиске такой характеристики

$$q = G[m],$$

которая одинакова для всех эквивалентных моделей:

$$F[m_1] = F[m_2] \Rightarrow G[m_1] = G[m_2].$$

Тогда q является *идентифицируемой характеристикой среды*. Именно в этом смысле классические параметры Дар-Заррука, восстановление пьезометрической поверхности по SP, инверсия распределения источников и другие подобные результаты принципиально важны: они показывают, что даже при неединственности полной модели отдельные функции или функционалы среды могут определяться существенно лучше или однозначно.

Поэтому сформулированный в беседе принцип можно записать так:

Сначала определить, что содержится в данных; затем строить алгоритм восстановления именно этого.

Или более строго:

$$d = F[m] \Rightarrow \text{анализ эквивалентности моделей} \Rightarrow q = G[m] \Rightarrow d \to q.$$

Это принцип *«идентифицируемость прежде инверсии»*.

Подробный анализ статьи Глинских–Эпова 2024 года позволил уточнить характер их экспресс-инверсии ПС. Наблюдаемая диаграмма аппроксимируется суперпозицией аналитических сигмоидальных функций, параметры которых совместно определяются методом наименьших квадратов; затем амплитудные характеристики переводятся в минерализацию пластовой воды. Поэтому эта схема представляет собой прежде всего конечномерную параметрическую инверсию наблюдаемого отклика с использованием аналитической параметризации диаграммы ПС, а не непосредственное локальное восстановление коэффициентов исходного эллиптического PDE.

Сравнение выявило два дополнительных принципиальных различия с вязкоупругой ВСП-задачей. Первое относится к разделению неизвестных. В ВСП оба искомых параметра являются параметрами среды, причём первый определяется независимо от второго непосредственно вследствие структуры исходного уравнения; затем определяется второй параметр. В рассмотренной задаче ПС аналогичного разделения двух одновременно неизвестных физических параметров среды нет. Имеющееся разделение формы и амплитуды сигнала не эквивалентно этому свойству, поскольку параметры формы и амплитуда являются промежуточными характеристиками представления поля, а физические параметры среды частично связаны между собой и часть из них фиксируется по внешней информации.

Второе различие связано с локальностью. В ВСП локальность является свойством самого обратного оператора: конечная пространственная база наблюдаемого волнового поля определяет параметр среды в данной точке. Для исходной эллиптической задачи ПС такая строгая локальность невозможна: локальное изменение среды в общем случае изменяет потенциал во всей области наблюдений, хотя его влияние убывает с расстоянием. Поэтому отсутствие локального обращения в

методе Глинских–Эпова не следует считать просто недостатком алгоритма — оно связано с природой исходного эллиптического поля.

Вместе с тем именно глобальность обращения роднит их метод с FWI. В обоих случаях пространственная структура чувствительности прямой задачи не используется в форме конечного локального оператора восстановления; параметры определяются совместной минимизацией общей невязки по совокупности данных. Различие состоит в том, что FWI при оптимизации многократно решает исходное волновое уравнение, тогда как Глинских–Эпов используют значительно более дешёвую аналитическую параметризацию диаграммы ПС. Поэтому корректнее говорить не о FWI в строгом смысле, а о FWI-подобной логике глобального обращения.

На этом фоне FWI и нейросетевые методы занимают другое место. FWI математически обоснован как задача оптимизации с ограничением PDE, но минимизация невязки

$$\min_{m} \| F[m] - d \|^2$$

сама по себе не доказывает, что найденные детали модели определяются данными. Регуляризация, параметризация и начальная модель выбирают конкретного представителя из множества моделей, совместимых с наблюдениями. Современная литература FWI всё больше признаёт эту проблему через исследования разрешающей способности, параметризации, неопределённости и семейства допустимых моделей.

Нейронная сеть даёт третий путь. После обучения она способна чрезвычайно быстро реализовать отображение $d \to m$, но если исходная задача неединственна, обучение эту неединственность не уничтожает: априорная информация фактически переносится в обучающую выборку. Детерминированная сеть выбирает один характерный ответ, а вероятностные и генеративные методы пытаются описывать распределение $p(m \vee d)$.

Наиболее сильной представляется комбинация этих направлений:

Идентифицируемость + физическая модель + обучаемый быстрый инверсный оператор.

То есть сначала математически определить функцию $q = G[m]$, действительно содержащуюся в данных, а затем использовать аналитический алгоритм, FWI, нейронную сеть или другой вычислительный метод только как средство её эффективного восстановления. В такой постановке вычислительный алгоритм перестаёт подменять вопрос единственности и становится вторым этапом после анализа информационного содержания эксперимента.

Таким образом, сравнение трёх подходов выявляет уже не одно, а несколько независимых методологических различий. Необходимо сначала установить, какие характеристики среды действительно определяются наблюдениями; затем выяснить, допускает ли физическая структура задачи разделение неизвестных параметров; наконец, определить, является ли обратное отображение физически локальным или неизбежно глобальным. Только после этого следует выбирать конкретный вычислительный алгоритм — локальные формулы, глобальную оптимизацию, FWI, аналитическую параметризацию диаграммы ПС или нейронную сеть. В вязкоупругой ВСП-задаче полнота наблюдаемого поля, последовательная независимость двух искомых коэффициентов и локальность обратного оператора оказываются взаимосвязанными свойствами одной постановки. В задаче ПС Глинских–Эпова физика эллиптического поля

исключает аналогичную строгую локальность, а связанные параметры среды и неполнота наблюдений естественно приводят к глобальной параметрической инверсии.

4. Рецензия модели GPT-6.1 Sol на стенограмму беседы С. А. Гриценко и модели GPT-5.6 Sol

Стенограмма посвящена существенному вопросу геофизической интерпретации: какие характеристики среды определяются исходными наблюдениями и как следует выбирать цель обратной задачи. Обсуждение развивается от конкретных методов электрического каротажа к общему принципу постановки обратных задач, а затем к сравнению локальной сейсмической инверсии, FWI и нейросетевых методов.

Основной содержательный результат беседы выражен последовательностью: *сначала выяснить, что определяется наблюдениями, затем строить алгоритм восстановления именно этого*. Такой порядок связывает физический эксперимент, выбор искомых характеристик и вычислительный метод. Он позволяет поставить вопрос о содержании результата ещё до оценки качества подгонки рассчитанных и измеренных данных.

Особенно существенна мысль о восстановлении функций или функционалов среды вместо попытки определить всю среду. Если разные модели согласуются с одними и теми же наблюдениями, отдельные характеристики этих моделей могут совпадать либо определяться значительно надёжнее остальных. Поэтому неоднозначность полной модели не означает бесполезности эксперимента. Она требует более содержательного выбора того, что следует восстанавливать. Обсуждение эквивалентности моделей и классических комбинаций параметров в электроразведке помогает раскрыть эту мысль.

Сравнение с работами группы М.И. Эпова придаёт разговору конкретность. Для него важно различать диаграмму ПС, многоканальные электромагнитные наблюдения и внутреннее сейсмическое поле. Эти данные дают различный доступ к пространственной структуре поля и свойствам среды. Параметризация пластов и зон проникновения, аналитическая аппроксимация сигналов, использование дополнительных каротажных данных — способы организации конкретной обратной задачи. Их методологическая оценка должна учитывать, какие характеристики извлекаются из наблюдений и какие задаются принятой моделью.

При этом из письма Эпова нельзя заключить, что его группа не исследует определимость параметров или не использует соответствующие идеи. Сообщённые промышленные результаты заслуживают рассмотрения, а закрытость части разработок ограничивает возможность их независимой оценки. Сравнение подходов следует строить по доступным постановкам и результатам, сохраняя различие между сообщениями разработчиков и опубликованными сведениями.

Работа С. А. Гриценко представляет в этой беседе конкретный пример построения инверсного алгоритма на основе структуры уравнения и наблюдаемого внутреннего поля. Предложен двухэтапный порядок восстановления упругого и релаксационного параметров; представлены численные эксперименты, в которых восстановлены заданные характеристики вязкоупругой среды. *Получение алгоритма и численное подтверждение его работоспособности на исследованных моделях — самостоятельный научный результат.* Для темы стенограммы существенно именно то, как выбранные характеристики среды связываются с полем и становятся целью последовательного восстановления. Подробная математическая проверка отдельных переходов в авторском выводе относится к отдельному исследованию.

Обсуждение FWI ставит уместный вопрос о соотношении вычислительного решения и информационного содержания данных. Успешная минимизация невязки сама по себе не показывает, какие детали модели определены наблюдениями. Вместе с тем характеристику FWI как «ничем не обоснованного перебора» следует уточнить: метод имеет математическую постановку и использует направленные обновления модели. Это уточнение помогает сравнению, поскольку сохраняет главный вопрос — обоснованность цели восстановления — и позволяет обсуждать вычислительные затраты предметно.

Нейросетевые методы продолжают ту же методологическую линию. Обучение может ускорить получение результата и перенести в алгоритм сведения из обучающей выборки. Однако быстрый ответ сети ещё не устанавливает, какая его часть обеспечена конкретными наблюдениями. Поэтому принцип выбора определяемых характеристик сохраняет значение и для обучаемых инверсных отображений.

Стенограмма представляет интерес как исследовательский диалог о выборе цели обратной задачи. Её ценность заключается в последовательном переходе от обсуждения отдельных методов к вопросу о том, что эксперимент позволяет узнать о среде. Этот вопрос должен оставаться центральным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Epov, M.; Glinskikh, A.; Nechaev, O. Finite-Element Modeling of Spontaneous Potential in an Axisymmetric Reservoir Model with Account of Its Shale Content. Geosciences. 2022. Vol. 12, No. 1. Art. 30. https://doi.org/10.3390/geosciences12010030

2. Danilovskiy, K.; Glinskikh, A.; Petrov, A. Finite Element Modeling of Spontaneous Potential Well Logs in Complex Near-Wellbore Environments. Geosciences. 2026. Vol. 16, No. 5. Art. 192. https://doi.org/10.3390/geosciences16050192

3. Глинских А. В., Эпов М. И. Аппроксимация диаграмм каротажа потенциалов самопроизвольной поляризации аналитическими функциями для экспресс-определения минерализации пластовой воды // Геология и минерально-сырьевые ресурсы Сибири. 2024. № 4А. С. 46–55. https://doi.org/10.20403/2078-0575-2024-4a-46-55

4. Гриценко С. А. Обратная динамическая задача в вязкоупругой среде. Версия 1.0. Препринт. 2026. https://www.researchgate.net/publication/411855401_Obratnaa_dinamiceskaa_zadaca_v_vazkouprugoj_srede_Versia1_0

5. Gritsenko, S. A. Inverse Dynamic Problem in a Viscoelastic Medium. Preprint. 2026. https://www.researchgate.net/publication/411865562_S_Gritsenko_Inverse_Dynamic_Problem_in_a_Viscoelastic_Medium

6. Revil, A.; Naudet, V.; Nouzaret, J.; Pessel, M. Principles of electrography applied to self-potential electrokinetic sources and hydrogeological applications // Water Resources Research. 2003. Vol. 39, No. 5. Art. 1114. https://doi.org/10.1029/2001WR000916

7. Jardani, A. et al. Least squares inversion of self-potential (SP) data and application to the shallow flow of ground water in sinkholes // Geophysical Research Letters. 2006. Vol. 33, No. 19. https://doi.org/10.1029/2006GL027458

8. Maineult, A. Estimation of the electrical potential distribution along metallic casing from surface self-potential profile // Journal of Applied Geophysics. 2016. Vol. 129. P. 66–78. https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2016.03.038

9. Minsley, B. J.; Sogade, J.; Morgan, F. D. Three-dimensional source inversion of self-potential data // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2007. Vol. 112. Art. B02202. https://doi.org/10.1029/2006JB004262

10. Constable, S. C.; Parker, R. L.; Constable, C. G. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data // Geophysics. 1987. Vol. 52, No. 3. P. 289–300. https://doi.org/10.1190/1.1442303

11. Irawan, D.; Grandis, H.; Sumintadiredja, P. Quasi-2D Resistivity Model from Inversion of Vertical Electrical Sounding (VES) Data using Guided Random Search Algorithm // Journal of Mathematical and Fundamental Sciences. 2015. Vol. 47, No. 3. https://doi.org/10.5614/j.math.fund.sci.2015.47.3.5

12. Archie, G. E. The Electrical Resistivity Log as an Aid in Determining Some Reservoir Characteristics // Transactions of the AIME. 1942. Vol. 146. P. 54–62. https://doi.org/10.2118/942054-G

13. Qi, Y.; Wu, Y. Induced Polarization of Clayey Rocks and Soils: Non-Linear Complex Conductivity Models // Journal of Geophysical Research: Solid Earth. 2024. Vol. 129, No. 3. https://doi.org/10.1029/2023JB028405

14. González-Teruel, J. D.; Jones, S. B.; Soto-Valles, F.; Torres-Sánchez, R.; Lebron, I.; Friedman, S. P.; Robinson, D. A. Dielectric Spectroscopy and Application of Mixing Models Describing Dielectric Dispersion in Clay Minerals and Clayey Soils // Sensors. 2020. Vol. 20, No. 22. Art. 6678. https://doi.org/10.3390/s20226678

15. Darnet, M.; Maineult, A.; Marquis, G. On the origins of self-potential (SP) anomalies induced by water injections into geothermal reservoirs // Geophysical Research Letters. 2004. Vol. 31. Art. L19609. https://doi.org/10.1029/2004GL020922

16. Bittar, M.; Hu, G. Simulation of Tri-Axial Induction Logging Tools in Layered Anisotropic Dipping Formations // SEG International Exposition and Annual Meeting. New Orleans, 2006. Paper SEG-2006-0456. https://onepetro.org/SEGAM/proceedings-abstract/SEG06/SEG06/SEG-2006-0456/94058

17. Sviridov, M.; Mosin, A.; Antonov, Yu.; Nikitenko, M.; Martakov, S.; Rabinovich, M. B. New Software for Processing of LWD Extradeep Resistivity and Azimuthal Resistivity Data // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. 2014. Vol. 17, No. 2. P. 109–127. https://doi.org/10.2118/160257-PA

18. Asquith, G. Spontaneous Potential // Basic Well Log Analysis. AAPG Methods in Exploration. Vol. 16. 2004. Chapter 2. https://doi.org/10.1306/Mth16823C2

19. Epov, M. I.; Shurina, E. P.; Arkhipov, D. A.; Dobrolyubova, D. V.; Shtabel', N. V.; Shtan'ko, E. I. Numerical modeling of the induction logging signal in anisotropic oil and gas reservoirs with a layered structure // Journal of Applied and Industrial Mathematics. 2024. Vol. 18, No. 4. P. 669–678. https://doi.org/10.1134/S1990478924040045

20. Glinskikh, V. N.; Nikitenko, M. N.; Epov, M. I. Processing high-frequency electromagnetic logs from conducting formations: linearized 2D forward and inverse solutions with regard to eddy currents // Russian Geology and Geophysics. 2013. Vol. 54, No. 12. P. 1515–1521. https://doi.org/10.1016/j.rgg.2013.10.016

21. Epov, M. I.; Glinskikh, V. N.; Petrov, A. M.; Sukhorukova, K. V.; Fedoseev, A. A.; Nechaev, O. V.; Nikitenko, M. N. Frequency dispersion of electrophysical characteristics and resistivity anisotropy of the Bazhenov formation deposits according to resistivity logging data // Oil Industry. 2019. No. 9. P. 62–64. https://doi.org/10.24887/0028-2448-2019-9-62-64

22. Glinskikh, V. N.; Epov, M. I. Space sensitivity of relative parameters in high-frequency electromagnetic logging // Russian Geology and Geophysics. 2005. Vol. 46, No. 11. https://www.researchgate.net/publication/287673229_Space_sensitivity_of_relative_parameters_in_high-frequency_electromagnetic_logging

23. Glinskikh, V. N.; Epov, M. I. Conductivity of layered reservoirs in induction data processing: continuous-function approximation // Russian Geology and Geophysics. 2009. Vol. 50, No. 8. P. 728–733. https://doi.org/10.1016/j.rgg.2009.01.002

24. Métivier, L.; Brossier, R. A comprehensive review of strategies to mitigate non-convexity in full waveform inversion // Geophysical Journal International. 2026. Vol. 247, No. 2. Art. ggag376. https://doi.org/10.1093/gji/ggag376

25. Tarantola, A. Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation. Philadelphia: SIAM, 2005. 339 p. https://doi.org/10.1137/1.9780898717921

26. Malinowski, M.; Operto, S.; Ribodetti, A. High-resolution seismic attenuation imaging from wide-aperture onshore data by visco-acoustic frequency-domain full-waveform inversion // Geophysical Journal International. 2011. Vol. 186, No. 3. P. 1179–1204. https://doi.org/10.1111/j.1365-246X.2011.05098.x

27. Zhao, X.; Curtis, A. Linearized versus nonlinear estimates of uncertainty in full waveform inversion // Geophysical Journal International. 2026. Vol. 246, No. 3. Art. ggag248. https://doi.org/10.1093/gji/ggag248

28. Mercier, A.; Boehm, C.; Maurer, H. Designing full waveform inverse problems: a combined data and model approach // Geophysical Journal International. 2025. Vol. 241, No. 3. P. 1479–1494. https://doi.org/10.1093/gji/ggaf117

29. Ahmed, S. M. S.; Güneyli, H. The evolution of seismic tomography in earth sciences—advancements, limitations, and its AI-enabled future (A critical review) // Earthquake Research Advances. 2025. Art. 100425. https://doi.org/10.1016/j.eqrea.2025.100425

30. Song, C.; Lu, W.; Geng, W.; Duan, X.; Wang, Y.; Wang, Q.; Ma, Q.; Li, Y. A review of seismic impedance inversion methods based on physics-informed neural network // Geophysical Prospecting for Petroleum. 2025. Vol. 64, No. 4. P. 595–621. https://doi.org/10.12431/issn.1000-1441.2024.0029

31. Liu, M.; Grana, D.; Mosegaard, K.; Sen, M. K.; Xu, M.; Mukerji, T. Bayesian Inference for Subsurface Geophysical Inverse Problems // Reviews of Geophysics. 2026. Vol. 64, No. 1. Art. e2025RG000884. https://doi.org/10.1029/2025RG000884

32. Hosseinzadeh, S.; Saberi, M. R.; Haghighi, M.; Salmachi, A.; Salimzadeh, S. Seismic inversion approaches for reservoir characterization: A comprehensive review // Journal of Applied Geophysics. 2025. Vol. 243. Art. 105953. https://doi.org/10.1016/j.jappgeo.2025.105953

Электронные ресурсы и связанные материалы

33. Gritsenko, S. A. Dialogues Concerning the Two Chief Principles — Reason and Life. Zenodo, 2026. Preprint. https://doi.org/10.5281/zenodo.22914613 (дата обращения: 01.10.2026).

34. С. А. Гриценко. Профиль исследователя / связанный материал на Calaméo. https://www.calameo.com/read/006854380263055e855a0 (дата обращения: 01.10.2026).

35. Рецензия, на которую ссылается стенограмма при обсуждении Новосибирской школы. Calaméo. https://www.calameo.com/read/00685438028e6e9e10508 (дата обращения: 01.10.2026).

36. Российский научный фонд. Проект № 23-27-00058. Материалы проекта по моделированию и интерпретации потенциалов самопроизвольной поляризации. https://rscf.ru/project/23-27-00058/ (дата обращения: 01.10.2026).

37. USGS. Borehole Geophysics. Информационный ресурс по скважинной геофизике. https://www.usgs.gov/centers/new-york-water-science-center/science/borehole-geophysics (дата обращения: 01.10.2026).

38. SLB Energy Glossary. Spontaneous potential. https://glossary.slb.com/terms/s/spontaneous_potential (дата обращения: 01.10.2026).

39. SEG Wiki. Dictionary: Anisotropy (electrical). https://wiki.seg.org/wiki/Dictionary%3AAnisotropy_%28electrical%29 (дата обращения: 01.10.2026).

40. AAPG Wiki. Archie equation. https://wiki.aapg.org/Archie_equation (дата обращения: 01.10.2026).

41. Marine EM Laboratory, UC San Diego. Occam 1D CSEM / Occam inversion resources. https://marineemlab.ucsd.edu/Projects/Occam/1DCSEM/index.html (дата обращения: 01.10.2026).